# ISTITUZIONI

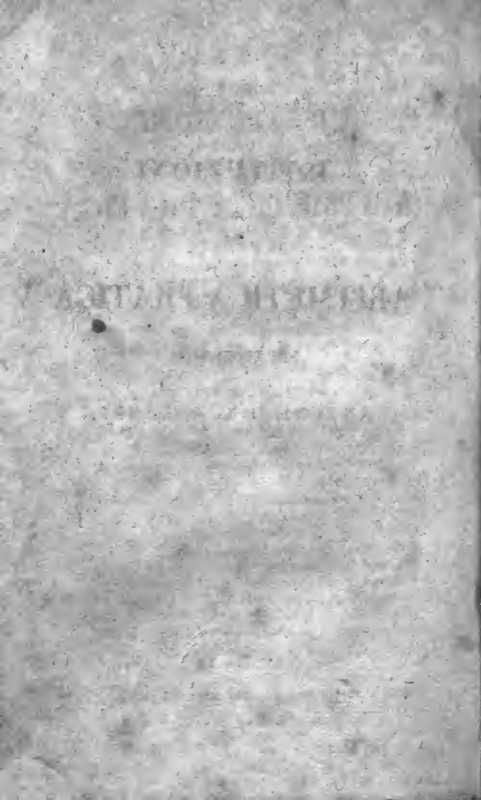
DI

# ARITMETICA PRATICA

DEL PROFESSORE

ANTONINO GIAMBARBA.

# ISTITUZIONI

DI

# ARITMETICA PRATICA

COMPOSTE

CON NUOVO, FACILE, E BREVE METODO

DA

ANTONINO GIAMBARBA

PUBBLICO PROFESSORE

DELLA MEDESIMA FACOLTA'.

*NUOVA EDIZIONE ACCRESCIUTA, E MIGLIORATA.*

---

PARTE SECONDA.

---

NAPOLI,

DALLA TIPOGRAFIA DI GIO. BATTISTA SEGUIN,

1817.

# PARTE SECONDA

## *Delle Regole di Proporzione.*

### CAPITOLO I.

#### *Della Regola del Tre semplice diretta.*

In questa seconda parte delle nostre Istituzioni si è proposto dilucidare quelle Regole Aritmetiche, che hanno grandissimo uso nella pratica, lasciando quelle, che con queste non hanno alcun rapporto. Si comincerà dunque dalla prima regola di proporzione, detta *Regola del Tre semplice diretta*, che per eccellenza chiamasi ancora *Regola Aurea*, per esatta intelligenza della quale è necessario premettere, cosa mai s'intenda per proporzione; per *proporzione* s'intende un rapporto, che due ragioni hanno fra loro. E perchè una tal definizione non potrebbe intendersi senza sapere cosa sia ragione; diremo essere la ragione un rapporto, o parag[illegible] di una quantità con un'altra; per mezzo del quale rapporto si vede, come una quantità contiene un'altra, o quanto l'una supera l'altra. Or siccome il paragone di due quantità formano la ragione, così il rapporto di due ragioni formano la proporzione, per cui da noi questa si è definita un rapporto, che hanno due ragioni

fra loro. Sicchè, se si rapporta, o paragona il 2 col 4, il rapporto, che avranno queste due quantità tra loro, chiameremo ragione; ed in seguito, se paragonasi il 3 col 6, ed il 2 col 4, si avrà il rapporto di due ragioni, cioè del 3 col 6, e del 2 col 4, il quale rapporto delle due ragioni si dirà *proporzione*. Ciò premesso, allorchè si voglia sapere quale rapporto passi fra quattro numeri, tre de' quali sieno dati, e noti, e'l quarto affatto ignoto, si faccia uso della regola di proporzione, detta particolarmente *del Tre semplice diretta*. Dunque per mezzo della regola del *Tre* ricaveremo, secondo la proporzione costante, da tre numeri noti, un quarto numero ignoto, il quale avrà la stessa abitudine, o rapporto col terzo, che ha il secondo col primo. Questa regola può applicarsi ai pesi, alle misure, alle monete, ed a tutte le quantità; serve, perchè si venga nella cognizione di ciò che s'ignora, e che senza l'ajuto di essa, non potrebbe sapersi, o con grande stento, potrebbe aversene una imperfetta nozione.

Essa si fa con disporre i tre numeri dati in modo, che sia nel terzo luogo quello, al quale si vuol trovare proporzionale il quarto ignoto, quello poi ch'è della stessa specie di questo sia nel primo luogo; avvertendo, che il quarto da trovarsi dovrà essere della medesima specie del numero situato nel secondo luogo. Disposti così i termini della operazione, noi moltiplicheremo il terzo pel secondo termine, ed il prodotto di questa moltiplicazione divideremo pel primo; il quoto di questa divisione

sarà il quarto numero ricercato. Diamo un' esempio. Cantaja 13 furono pagate ducati 91; si vuol sapere, cantaja 18 della medesima roba alla stessa ragione, quanto dovranno pagarsi?

*Se cantaja* 13 *costano duc.* 91 *cant.* 18 *che?*

*Costano duc.* 126

```
  91
  ——
  18
 162-
 ————
 1638
 -33
  -78
   00
```

*Prima Pruova.*

```
Con moltiplicare il quoziente  126
      Pel primo termine. . . .  13
                               ———
                               378
                              126
                              ————
Il prodotto sarà il dividendo 1638
```

*Seconda Pruova.*

*Con mutare i termini nel seguente modo, cioè:*
*Se cantaja* 18 *costano* 126 *cantaja* 13, *che?*

| | |
|---|---|
| | 13 |
| *Costano d.* 91 *simile* | |
| *al secondo termine* | 378 |
| | 126 |
| | 1638 |
| | —18 |
| | 00 |

Nella data regola descritta nella pagina precedente chiaramente si osserva che i tre termini, o siano numeri noti sono il 13, 91, e 18, due de' quali, cioè 13, e 18 sono della stessa specie, ed uno, cioè 91 è di diversa specie; il 18 è quel numero, al quale vogliamo trovare il quarto proporzionale; dunque questo 18 si disporrà nel terzo luogo; il 13 è omogeneo al 18, o sia della medesima specie; questo dunque dovrà situarsi nel primo luogo; il 91 infine si scriverà nel mezzo. Or noi colla regola del Tre pretendiamo sapere, qual numero abbia al 18 l'abitudine istessa, che il 91 ha al 13? si moltiplichi adunque il 18 pel 91, ed il prodotto 1638 dividasi pel 13, ed avremo per quoto ducati 126. Questo quoziente sarà il quarto numero proporzionale, perchè l'istessa ragione avrà questo al terzo,

che il secondo al primo, ed in conseguenza dinoterà l' importo richiesto delle date cantaja 18.

Eseguita l'operazione della cennata regola del *Tre* veniamo alla pruova della medesima per averne la ricurezza. Due pruove si danno dagli Aritmetici per questa regola; la prima si fa col moltiplicare il quarto termine ritrovato, cioè il quoziente col primo; se il prodotto sarà lo stesso di quello nato dalla moltiplicazione del secondo, e terzo termine, l' operazione sarà stata bene eseguita, altrimenti vi sarà incorso errore. L'altra pruova, che suole praticarsi dagli Aritmetici, è quella, in cui si passa il terzo termine per primo; il quarto termine ritrovato per secondo; il primo termine per terzo termine, ed a questo si trova il quarto proporzionale; che se questo quarto sarà il secondo termine già noto, l' operazione sarà stata ben' eseguita.

Si spieghino ora in pratica ambedue le pruove, che si trovano eseguite nel dato esempio.

Per la prima, si moltiplichi il quoziente 126 pel primo termine 13, e 'l prodotto sarà 1638, il quale per essere simile al dividendo è ben sicura l' operazione eseguita.

Per la seconda, diremo: se 18 mi dà 126, quanto mi darà 13? Facendosi quì l' operazione della *regola del Tre*, il quarto termine sarà 91 ducati simile al secondo termine già noto, ch'è l'importo delle 13 cantaja. Ed ecco, come l' operazione si vede esser ben fatta.

Diamo ora un' altro esempio. Tomola di

grano 48 costano ducati 120; tomola 178 dello stesso grano quanto importeranno?

*Se tomola 48 costano duc.* 120 *tom.* 178, *che?*

*Costano duc.* 445

```
    120
   ----
   3560
  178--
  -----
  21360
  -----
  216
   240
   --0
```

Nel dato esempio moltiplicato il 178 pel 120, avremo 21360; e questo diviso pel 48, avremo per quoto ducati 445; dunque ducati 445 saranno l'importo delle tomola 178.

Fingasi un'altro esempio per maggiormente facilitare l'esercizio della regola del Tre: Un capitale di ducati 537 dia la rendita di ducati 19; si domanda, qual rendita darà un'altro capitale di ducati 871 alla ragione medesima? Veggasi l'esempio descritto nella pagina seguente.

*Cap. di d.* 537 *rende d.* 19 *cap. di d.* 871, *che?*

*Rende duc.* 30. 81 $^3/_4$

```
  19
 ----
 7839
 871
 ----
16549
 ----
—4390
 —940
  403
   12
 ----
 4836
```

*Residuo indivisibile* —03

Sul dato quesito, moltiplicato l'871 pel 19, il prodotto sarà 16549, e dividendo questo prodotto pel 537, secondo le regole da noi insegnate nella divisione, aggiugneremo un zero, nel residuo de' ducati, riducendo questi ducati a carlini, e quindi con altro zero a grana, se occorre; e finalmente moltiplicando per 12 il residuo delle grana per ridurle a cavalli, avremo per quarto proporzionale ducati 30, e grana 81 $^3/_4$, che sarà la rendita richiesta. E quì è da notare, che del residuo 3 rimasto dopo l'intiera operazione non dee aversi conto, perchè è invalutabile per la pratica; e questo avvertimento serva di regola generale per tutti i residui, che occorreranno in simili operazioni.

Può accadere, che in uno de' tre termini

dati nella regola del Tre vi sia un rotto. In questo caso noi siamo nella necessità di usare un metodo particolare, che andremo insegnando secondo la varietà de' casi, che avvengono.

Se avvenisse adunque, che vi fosse il rotto nel numero, o termine del primo luogo; allora per regola generale noi ridurremo gl' intieri alla medesima specie del loro rotto, e questo si fa moltiplicando pel denominatore del rotto gl' intieri, ed al prodotto si aggiunga il numeratore della frazione istessa, e così avremo il primo termine senza rotti; e perchè il terzo termine dev' essere omogeneo al primo, perciò dovrà anche questo ridursi alla medesima specie; ciò dunque eseguiremo con moltiplicare questo terzo termine pel denominatore della stessa frazione, ed avremo così i termini dati senza rotti, ed uguagliati. Ecco un' esempio. Canne 5, e $6/8$, cioè palmi 6 di una data roba, costano ducati 48; canne 27 della roba medesima quanto costeranno? Si osservi l' operazione dell' esempio proposto nella pagina seguente.

*Canne* 5 $^6/_8$ *si pagano duc.* 48 *canne* 27, *che?*

```
 46                                   8
                                    ———
                                    216
Costano duc. 225. 39 1/12            48
                                    ———
                                   1728
                                   864
                                  —————
                                  10368
                                   116
                                    248
                                     180
                                      420
                                       —6
                                        12
                                       ———
                                        72
```

*Residuo indivisibile* 26

Nel proposto quesito ridurremo le canne 5 a' rotti della medesima specie, cioè de' palmi, moltiplicando il 5 per 8, denominatore della frazione, ed aggiungendo il 6, numeratore della frazione istessa avremo 46, che sarà il primo termine; e quindi moltiplicando il terzo termine 27 per 8, denominatore della medesima frazione, il prodotto 216 sarà il terzo termine. Ciò fatto diremo : se 46 importa 48, 216 quanto importerà? Ridotti così i termini, seguiremo l' operazione, secondo la regola del Tre, e moltiplicato il 216 pel 48, avremo il prodotto 10368. Or

questo prodotto diviso pel 46, avremo per quoto ducati 225, grana 39, ed un cavallo in circa, che sarà l' importo richiesto.

Se avvenga, che il rotto sia situato nel numero del secondo luogo; allora bisognerà ridurre gl' intieri al rotto, e pel denominatore della frazione moltiplicare altresì il primo termine, e quindi seguiremo la regola insegnata da noi. Diamo un' esempio: Libbre 35 di seta cruda, dopo esser cotte, e tinte ritornarono libbre 26 1/4; si domanda ora: facendo l' istesso su libbre 54, quante ritorneranno dopo cotte, e tinte? Si ponga prima descritto l' esempio, per indi spiegarsi l' operazione.

*Se libbre* 35 *restano libbre* 26 1/4 *lib.* 54, *che?*

```
             4                  ————
           ————                  105
            140                   54
           ————                 ————
                                 420
Restano lib. 40 6/12            525-
                                ————
                                5670
                                ————
                                -070
                                  12
                                ————
                                 840
                                 -00
```

Nel dato esempio i due termini omogenei sono 35, e 54; le libbre 26 1/4 occupano il

luogo di mezzo. Riducendo adunque le libbre 26 alla medesima espressione del loro rotto, ed aggiuntovi il numeratore della frazione, avremo 105. Quindi pel medesimo 4, denominatore del rotto si moltiplichi il primo termine 35, e'l prodotto sarà 140. Avremo dunque i tre termini senza rotti, cioè 140, 105, e 54. Ciò posto, si moltiplichi il 105 pel 54, ed il prodotto 5670 si divida pel primo termine 140; il quoto sarà 40 libbre, e 6 once, quante appunto rimarranno le date libbre 54 cotte, e tinte.

Se accaderà finalmente, che il rotto sia nel terzo termine, allora si ridurrà questo alla medesima espressione del suo rotto, aggiungendovi il numeratore del rotto istesso; e quindi per lo stesso denominatore si moltiplicherà l'altro termine omogeneo, cioè il primo, ed avremo così ridotti senza rotti i termini della operazione, onde potremo senza difficoltà seguire la data regola. Ecco un'esempio. Se ducati 39 danno il guadagno di ducati 17; ducati 82 $^2/_3$ alla stessa ragione che lucro daranno? Si osservi l'esempio colla operazione nella seguente pagina.

*Se duc.* 39 *fruttano duc.* 17 *duc.* 82 $^2/_3$, *che?*

```
         3                                   248
        ———                                  17
        117                                 ————
        ———                                 1736
Fruttano duc. 36..03 5/12                   248-
                                            ————
                                            4216
                                            ————
                                             706
                                            —400
                                             .-49
                                               12
                                            ————
                                             588
                                             -03
```

Ridotti quì i ducati 82 alla medesima espressione del rotto, ed aggiungendo il numeratore di esso, avremo 248, e quindi moltiplicando pel 3, denominatore del rotto, il primo termine, cioè il 39, omogeneo numero al terzo, il prodotto sarà 117; ed avremo così i tre termini della operazione senza rotti; e moltiplicato il 248 pel 17, il prodotto sarà 4216, il quale diviso pel 117, darà per quoto ducati 36, e grana 3 $^5/_{12}$, che sarà il fruttato richiesto.

Ma se occorresse, che vi fossero rotti nel primo, e nel secondo termine, allora primieramente si ridurrà il primo termine all' espressione

del suo rotto, moltiplicandolo pel denominatore di esso, con aggiungersi il numeratore dello stesso rotto. Quindi si ridurrà il secondo termine alla medesima espressione del suo rotto, unendovi il numeratore, colla medesima operazione.

In seguito si moltiplicherà pel denominatore del rotto del primo termine, il terzo termine, e pel denominatore del rotto del secondo termine si moltiplicherà il primo termine già ridotto. Fatte le quali moltiplicazioni si avranno i tre termini della operazione senza rotti, onde potrà eseguirsi la nota regola del Tre. Diamo un'esempio. Siansi comprate libbre di cannella 73, e $5/12$, cioè once 5 per ducati 216 $1/4$; si cerca sapere quanto si spenderà per libbre 26 della cannella medesima? Nella pagina seguente si trova l'operazione del proposto esempio.

*Libbre* 73 $^{5}/_{12}$ *costano duc.* 216 $^{1}/_{4}$ *lib.* 26, *che?*

```
 881           865          12
   4                       312
 3524                      865
                          1560
Costano duc. 76. 58 1/3   1872-
                         2496--
                        269880
                        -23200
                        --20560
                        ---29400
                        ----1208
                              12
                         14496
   Residuo indivisibile . . . 400
```

Ad eseguir questa operazione ridurremo prima le libbre 73 alla medesima espressione del loro rotto, moltiplicandolo pel denominatore 12, ed aggiungendovi il suo numeratore 5, avremo 881: In seguito moltiplicheremo li ducati 216 pel 4 denominatore del rotto di essi unendovi il suo numeratore, ed avremo 865. Quindi moltiplicheremo il terzo termine, cioè le libbre 26 pel 12, denominatore del rotto del primo termine, ed avremo 312, e finalmente moltiplicheremo il primo termine già ridotto, cioè 881 pel 4, denominatore del rotto del se-

condo termine, e'l prodotto sarà 3524. Ciò fatto, avremo senza rotti i termini dell' operazione; onde seguendo la nostra regola moltiplicheremo il secondo termine 865 pel terzo termine, cioè 312, e'l prodotto sarà 269880, il quale diviso pel primo termine, cioè 3524, il quoto sarà ducati 76, e grana 58 $^1/_3$, che dinoterà l' importo richiesto.

Fingasi ora, che in una data regola vi siano rotti nel primo, e nel terzo termine; allora bisognerà osservare, se i rotti de' due termini abbiano gli stessi denominatori, o pure diversi. Se avranno gli stessi denominatori, non occorre trasportarli, ma basterà moltiplicare ciascun termine pel denominatore de' rotti, aggiugnendovi il proprio numeratore; se poi avranno diversi denominatori, allora dopo di aver fatte le solite moltiplicazioni degl' interi pe' denominatori de' rispettivi rotti, aggiugnendovi i diloro numeratori, pel denominatore del rotto del primo termine si moltiplichi il terzo termine, e pel denominatore del rotto del terzo termine si moltiplichi il primo termine, ch' è quanto il dire, si trasportino i denominatori vicendevolmente, e così avremo i termini senza rotti. Diamo un' esempio, in cui i rotti hanno diverso denominatore. Per canne 13 $^1/_2$ si spesero ducati 49, ora per canne 65 $^3/_8$ della roba medesima quanto dovrassi pagare? Si vegga l' operazione del dato esempio nella pagina seguente.

*Can.* 13 1/2 *si pagano duc.* 49 *can.* 65 3/8, *che?*

```
 27                                   523
  8                                     2
---                                  ----
216                                  1046
---                                    49
                                     ----
                                     9414
                                    4184
                                    -----
                                    51254
                                    -805
                                     1574
                                     —620
                                       1880
                                        152
                                         12
                                       ----
                                       1824
```

*Si pagano duc.* 237. 28 2/3

*Residuo indivisibile* 96

Nel dato esempio abbiamo il rotto nel primo, e nel terzo termine. Or poichè i denominatori de' rotti dati non sono gli stessi è necessario trasportarli; onde dopo di aver moltiplicato il 13, primo termine, pel 2, denominatore del suo rotto, ed aggiunto il numeratore di esso, avremo 27; quindi si moltiplicherà il terzo termine anche pel denominatore del suo rotto, a cui si aggiungerà il numeratore dello stesso, ed avremo 523. Quindi si moltiplicherà il

il primo termine già ridotto, cioè 27 per 8, denominatore del rotto del terzo termine, ed avremo 216, e così si farà moltiplicando il terzo termine pel denominatore del rotto del primo termine, ed avremo 1046. Ridotti così i termini senza rotti, si disporranno secondo la solita forma, e si dirà: se 216 dà 49, 1046 quanto darà? Sicchè moltiplicato il terzo termine pel secondo, il prodotto sarà 51254, il quale diviso pel primo termine 216, il quoto sarà ducati 237, grana 28 $^2/_3$, ch'è altresì l'importo richiesto.

Inoltre può accadere, che il rotto sia nel secondo, e terzo termine: in questo caso si riducono il secondo, e terzo termine alla espressione medesima de' rispettivi rotti, moltiplicandoli pei di loro rispettivi denominatori, con aggiungervi i proprj numeratori, e quindi pel denominatore del rotto del terzo termine si moltiplicherà il suo omogeneo, qual'è il primo termine, e pel denominatore del rotto del secondo termine si moltiplicherà il primo termine, e così saranno ridotti i termini della data operazione senza rotti. Ecco un'esempio. Once d'oro 11 costano ducati 159 $^1/_2$, si cerca sapere, quanto costeranno once 7, e $^{18}/_{30}$, cioè trappesi 18 dell'oro medesimo? Osservisi descritta la regola nella pagina seguente.

*Once* 11 *si pagano d.* 159 $^1/_2$, *once* 7 $^{18}/_{30}$, *che?*

```
 30          ———    ———
———          319    228
330                 319
  2                 ———
———                 2052
660                 228-
———                684—
Si pag. duc. 110. 20   ———
                    72732
                    -673
                    -1320
                    —00
```

Nel dato esempio ridurremo il secondo, e terzo termine alla espressione del proprio rotto unendovi i rispettivi numeratori; e moltiplicando i ducati 159 pel 2, ed aggiungendo l'1, avremo 319. Moltiplicheremo inoltre le once 7 pel 30, ed aggiungendo il 18, avremo 228. Quindi moltiplicheremo il primo termine 11, pel 30 denominatore del rotto del terzo termine, ed avremo 330. Indi moltiplicheremo il prodotto 330 pel 2, denominatore del rotto del secondo termine, e'l prodotto sarà 660. Ciò fatto avremo ridotti i termini della regola senza rotti; sicchè, diremo: se 660 dà 319, 228 quanto darà? Moltiplicato il terzo tèrmine pel secondo, cioè 228 per 319 il prodotto sarà 72732, Or questo diviso pel primo termine, cioè per 660, il quoto sarà 110 ducati, e grana 20, che dinoterà l'importo richiesto.

Può finalmente accadere, che vi siano rotti in tutti tre i termini; allora o i denominatori de' rotti de' due termini omogenei, cioè del primo, e terzo sono gli stessi, o sono diversi; se sono gli stessi, ridotti gl' intieri alla medesima espressione de' proprj rotti, ed aggiunti i numeratori, col diverso denominatore dell' altro termine, cioè del secondo, si moltiplicherà solo il primo termine, ed avremo i termini senza rotti; e seguendo l' operazione, come di sopra abbiamo praticato, avremo il quoto, che sarà il quarto proporzionale.

Ma quando avvengá, che i rotti de' tre termini abbiano denominatori diversi, allora ridotti prima gl' intieri alla medesima espressione dei proprj rotti, ed aggiunti i numeratori, si moltiplicherà pel denominatore del rotto del primo termine l' altro termine omogeneo, cioè il terzo: e quindi pel denominatore del rotto del terzo termine si moltiplichi il primo termine; e finalmente il primo termine già ridotto si moltiplicherà pel denominatore del rotto del secondo termine; e così si avranno senza rotti i termini della regola. Ecco un' esempio.

Se per libbre di argento $45\ ^1/_2$ si spesero ducati $618\ ^4/_5$, si cerca, quanto costeranno libbre $21\ ^1/_3$ dell' argento medesimo? Segue l' operazione del proposto quesito.

*Lib.* 45 1/2 *costano duc.* 618 4/5, *lib.* 20 1/3, *che?*

| | | |
|---|---|---|
| 91 | 3094 | 61 |
| 3 | 122 | 2 |
| 273 | 6188 | 122 |
| 5 | 6188- | |
| | 3094— | |
| 1365 | | |
| | 377468 | |
| *Duc.* 276. 55 1/3 | 10446 | |
| | —8918 | |
| | -7280 | |
| | -4550 | |
| | -455 | |
| | 12 | |
| | 5460 | |
| | -000 | |

Sul dato esempio si riducano prima i tre termini alla espressione medesima de' proprj rotti, unendovi i rispettivi numeratori, onde moltiplicando il 45 pel 2 denominatore, ed aggiungendo il suo numeratore 1, avremo 91, ed ecco ridotto il primo termine; indi moltiplicando il 618 pel 5, ed aggiungendovi il 4, avremo 3094, ed abbiamo ridotto il secondo termine; e finalmente moltiplicando il 20 pel 3, ed aggiungendo l'1, avremo 61; e così vedremo ridotto il terzo termine. Or questo terzo termine già ridotto, cioè 61, si moltiplichi pel 2, denomi-

natore del rotto del primo termine, ed avremo 122, che sarà nell' operazione il terzo termine. Quindi pel 3, denominatore del rotto del terzo termine, si moltiplichi il primo termine ridotto, cioè 91, ed il prodotto sarà 273. Or questo prodotto si moltiplichi pel 5, denominatore del rotto del secondo termine, ed il prodotto sarà 1365, qual' è il primo termine. Ciò fatto, avremo senza rotti i termini della regola, cioè 1365, 3094, e 122. Moltiplicato dunque il terzo termine 122 pel secondo termine 3094, il prodotto sarà 377468. Or questo prodotto dividendosi per 1365, primo termine, il quoto sarà ducati 276, e grana 53 $^1/_3$; e questo è appunto il quarto termine proporzionale, cioè l' importo richiesto.

Suole altresì in pratica avvenire talora, che un termine qualunque de' dati, abbia due, o più rotti. In simil caso, ridotti primieramente gl' intieri alla espressione del primo rotto, si ridurrà benanche la quantità ricavata dalla prima riduzione alla espressione del secondo rotto; e della stessa maniera si farà se vi fossero più rotti. Quindi trasportati i denominatori, col metodo già insegnato, seguiremo l' operazione.

Può anche avvenire, che in uno de' due dati termini omogènei nella regola del Tre, vi siano grana; allora per rendere uguali i termini omogènei sarà necessario aggiugnere due zeri in quel termine, che esprime solamente ducati, per ridurlo così a grana, ch' è l' espressione medesima dell' altro termine, e quindi seguire l' operazione, giusta le regole date.

Questi sono assolutamente tutt' i varj casi, che accader sogliono nella operazione Aritmetica, ove son dati tre numeri certi, e cercasi sapere il quarto ignoto, detta volgarmente *Regola del Tre semplice diretta*: coll' ajuto di questa regola veniamo facilmente alla soluzione di un numero pressocchè infinito di problemi, e l'uso di essa è frequentissimo presso i pratici, ed i teorici. Noi inseguito daremo per esemplare alcuni pochi problemi, la di cui soluzione dipende dalla regola del Tre, affin di dichiarare con maggior facilità l' uso della predetta regola, ed agevolarne il profittevole esercizio a chi voglia in essa perfezionarsi.

Noi quì trascriveremo un problema, che si scioglie colla regola del Tre semplice diretta, la quale appartiene alla negoziazione. Un mercante abbia comprata una quantità di seta alla ragione di carlini 25 $^1/_2$ la libbra, or vendendola voglia guadagnarvi il 10 per 100: si domanda per qual prezzo debba vendere ciascuna libbra? Ecco descritto l' esempio, in cui si dica:

*Duc.* 100 *col guadagno duc.* 110, *d.* 2. 55, *che?*
*Si dee vendere duc.* 2. 80 $^1/_2$ *la libbra.*

In questo problema è chiaro, che 100 ducati uniti al guadagno de' ducati 10 daranno ducati 110. Or per soddisfare alla domanda è necessario, che si avvanzi il prezzo de' carlini 25 $^1/_2$, ch' è l' importo di ciascuna libbra, onde si riduca ad un prezzo, che dia il guadagno del 10 per 100. Questo si conseguirà col tro-

vare un prezzo nella vendita, il quale sia proporzionale al capitale unito al guadagno determinato. Istituendo adunque la regola del Tre, situaremo per primo termine i ducati 100, per secondo termine i ducati 110, ch' è la somma del capitale unito al guadagno determinato, e finalmente per terzo termine ci serviremo del prezzo, con cui il mercante ha comprata ciascuna libbra di seta, cioè ducati 2, e grana 55, e fatta l'operazione si conoscerà essere il quarto proporzionale 2. 80 $^1/_2$. Sicchè ciascuna libbra di seta dovrà vendersi dal mercante ducati 2, e grana 80 $^1/_2$ per avere il guadagno del 10 per 100. Ed ecco spiegato il proposto problema.

Proponiamo un' altro problema. Un mercante abbia comprata una quantità di merci per ducati 340, e quindi l'abbia venduta per ducati 382 $^1/_2$, si cerca sapere, quanto ha guadagnato per 100?

*Si è venduta ducati* 382. 50
*Si è comprata duc.* 340

*Il guadagno è di duc.* 42. 50

*Or si dica*

*Se duc.* 340 *guad. duc.* 42. 50, *duc.* 100, *che?*
*Si guad. duc.* 12. 50.

In questo problema si noti prima la diversità del prezzo della vendita dal prezzo della compra, e questo si otterrà sottraendo il prezzo

minore dal prezzo maggiore, e notarne il residuo. Sicchè sottraendo 340 da 382, e 50, il residuo sarà 42, e 50, che sarà altresì il guadagno. Ciò fatto s'istituisca la regola del Tre, in cui ci serviremo per primo termine del prezzo con cui sono state comprate le merci, cioè dei ducati 340; inoltre ci serviremo per secondo termine del sudetto guadagno de' ducati 42, e grana 50; e finalmente ci serviremo per terzo termine de' ducati 100 prezzo determinato, di cui si cerca sapere il guadagno: onde disposti così i termini, e fatta l'operazione, si vedrà essere il guadagno di ducati 12, e 50 grana per 100. Sicchè una quantità di merci comprate per ducati 340, e venduta per ducati 382, e grana 50 darà il guadagno di ducati 12, e grana 50 per 100.

Diamo termine ai problemi proposti per facilitare la regola del Tre semplice diretta, con una domanda, in cui si cerchi quanto un negoziante debba impiegare nella compra di una mercanzia, che non possa vendere più di ducati 278, e grana 85; posto che guadagnar voglia ducati 7 1/4 per 100. Si osservi l'esempio situato, in cui

*Si dica*

*Duc.* 107.25 *s' impieg. duc.* 100;*d.* 278.85, *che?*
*S' impiegano duc.* 260.

In questa domanda ben si scorge, che il negoziante non può vendere la sua mercanzia

più di ducati 278, e grana 85; inoltre si sa, ch' egli ha determinato di guadagnare ducati 7 $^1/_4$ per 100. Istituendosi adunque la regola del Tre, si situi per primo termine il capitale determinato unito al guadagno, cioè ducati 107, e 25 grana; per secondo termine si metta il solo capitale, cioè ducati 100; e per terzo termine si situi il prezzo, con cui deesi vendere la mercanzia, cioè 278, e 85; e si dica; Se per avere ducati 107, e grana 25 s' impiegano ducati 100, per avere ducati 278, e 85 quanto dovrà impiegarsi? E fatta l' operazione, si vedrà, che il mercante dovrà pagare ducati 260 quella mercanzia, che vendendola per ducati 278, e grana 85, avrà il guadagno di ducati 7 $^1/_4$ per 100. Tutte queste operazioni fin quì proposte possonsi sperimentare colle pruove già insegnate.

## CAPITOLO II.

*Della Regola del Tre applicata a quella operazione, che insegna a vendere, e comprare colla Tara.*

Quì cade in acconcio di far parola della regola del Tre applicata a quelle operazioni, in cui si danno al compratore di una mercanzia alquante misure, pesi, o prezzi più di una designata quantità, il che chiamasi *vendere, e comprare colla tara.* La tara dunque è un

soprappiù, che si dona al compratore, o che si toglie al venditore per una data quantità di generi; essa può essere al di sopra di una data quantità, e al di sotto: Si dice essere al di sopra di una data quantità, qualora quel che si dona per tara, avvanzi la quantità determinata: dicesi poi essere al di sotto, qualora quelche si dona per tara, diminuisca la data quantità. Come, se si donino ad un compratore di ferro per tara rotola 9 per ciascun cantajo, è chiaro che dovranno darsegli 109 rotola di ferro per darcene 100 nette. Così, se la tara fosse sotto il 100, volendosi togliere 9 rotola da ogni cantajo di ferro, si vede che per esigere il costo netto di un cantajo di ferro si dee esigere quello di 91 rotola.

Or ciò posto si avverta, che qualunque volta si stabilisce la tara al di sopra del 100, vantaggia sempre il compratore, e perde il venditore; e per l'opposto semprecchè la tara si fermi al di sotto del 100, tutto l'utile va al venditore, e 'l danno al compratore: queste diverse circostanze, in cui possono trovarsi i mercanti nella vendita, o compra de' generi, esige un diverso modo di operare. Imperciocchè sebbene per trovare quanto resti netto detto genere, allorchè la tara è al di sotto del 100, basti servirci della sola moltiplicazione, nulladimeno questa operazione non basta a trovare quanto resti netto detto genere, allorchè la tara è al di sopra del 100, ed in questo caso dobbiamo noi far uso della regola del Tre. Diamone gli esempj.

Se un mercante comprato avesse 44 cantaja di formaggio, il di cui peso lordo esigga che la tara sia di rotola 10 per cantajo, si domanda, quanto esse resteranno nette sopra al 100?

*Sopra al* 100.

*Rot.* 110 *restano nette rot.* 100, *rot.* 4400, *che?*
*Rest. nette cant.* 40,00

Nel dato problema la tara è al di sopra di 100, ch'è la quantità determinata; onde, siccome si è notato poc'anzi, devesi far uso della regola del Tre. Ora per iscioglier il proposto quesito aggiungeremo alla quantità determinata la tara, e ne formeremo il primo termine; il secondo termine sarà solamente la quantità determinata; e'l terzo termine sarà la data quantità, che vogliasi netta di tara; e tenendo questo metodo, noi uniremo il 10 al 100, e faremo 110, che sarà il primo termine; il 100 sarà il secondo, ed il 44, che ridotto a rotola, secondo l'espressione degli altri termini, faranno 4400, sarà il terzo termine. Disposti così i termini, diremo: Se di 110 rotola lorde restano nette rotola 100, di rotola 4400 lorde quante rotola rimarranno nette? E moltiplicando il terzo termine pel secondo, cioè 4400 per 100, il prodotto 440000 divideremo per 110, primo termine, e'l quoto sarà 4000 rotola, e segnando le due ultime figure saranno ridotte a 40 cantaja nette di tara. Sicchè, se 44 cantaja di for-

maggio, il di cui peso lordo esigga il 10 per 100, si vendessero, il compratore ne avrà nette solamente cantaja 40, come si osserva nell'esempio.

Or fingasi in questo caso istesso, che la tara sia al di sotto del 100 allora per isciogliere il quesito basterà la sola moltiplicazione. Vediamone l'esercizio nel medesimo esempio: Se 100 rotola ne hanno 10 di tara, queste da quelle togliendosi, rimarranno 90 rotola. Così moltiplicandosi le 44 cantaja per 10, avremo rotola 440, ch'è la tara, le quali tolte dalle 44 cantaja lorde rimarranno nette cantaja 39, e rotola 60. Senza però cotanto imbarazzarci in questa operazione, potremo avvalerci della regola del Tre sopraccennata, così dicendo: Se rotola 100 lorde restano nette 90; rotola 4400 lorde, quante ne rimarranno nette? E fatta l'operazione, si vedrà che rimangono nette le stesse 39 cantaja, e 60 rotola: comprendendosi benissimo, essere 40 rotola quelle, che perde il compratore, e guadagna il venditore, siccome il diligente osservatore potrà notare chiaramente riscontrando il precedente esempio, con quello, che abbiamo quì descritto. Si osservi quanto si è insegnato in due esempj che vengono in seguito notati.

*Sotto al* 100, *colla regola del Tre.*

*Se rot.* 100 *restano nette* 90; *rot.* 4400, *che?*

*Rest. nette cant.* 39,60

*Colla Moltiplicazione.*

| | |
|---|---|
| *Cantaja lorde* | 44 |
| *Tara per cento rotola* | 10 |
| *L'intiera tara è di cantaja* | 4.40, |
| *Che sottratte da cantaja* | 44 — |
| *Restano nette cantaja* | 39,60 |

Diamo un'altro esempio. Se un cantajo di cottone si vende ducati 26 $^1/_2$, ma col beneficio della sopra tara di rotola 4 per ogni cantajo; si domanda, quanto dovranno comprarsi cantaja 36, e rotola 20 del medesimo cottone? Ecco disposto l' esempio.

*Se rot.* 104 *si pagano duc.* 26 $^1/_2$,*rot.* 3620,*che?*
*Si pagano duc.* 922. 40 $^1/_3$.

Quì si osserva chiaramente, che la tara è al di sopra della determinata quantità; onde unita la tara, cioè le rotola 4 al 100, ne formeremo il primo termine; il secondo termine si formerà dal prezzo di ciascun cantajo colla tara, cioè da' ducati 26 $^1/_2$, e finalmente il terzo termine lo formerà la quantità data, di cui si voglia trovare l' importo, cioè le rotola 3620. Così situati i termini, s'istituirà la regola con dirsi. Se rotola 104 lorde si pagano ducati 26 $^1/_2$, rotola 3620 quanto si pagheranno? E moltiplicando il terzo termine pel

secondo, ed il prodotto diviso pel primo termine, il quoto sarà ducati 922, e grana 40 $^1/_3$, che designerà il prezzo delle date cantaja. Sicchè, se un cantajo di cottone col beneficio della tara di rotola 4 per cantajo si paga ducati 26 $^1/_2$; cantaja 36, e 20 rotola del cottone medesimo, e colla tara stessa dovranno comprarsi per ducati 922, grana 40, e 4 cavalli in circa.

Sogliono i contratti per la compra, e vendita di merci tra i mercanti trattarsi, ed ultimarsi da una terza persona, la quale chiamasi nelle nostre piazze il *Senzale*; or costui eseguito il negozio, o sia il contratto, esige un tanto per 100, ch'è il prezzo della sua *Sanzeria*. Se dunque succeda una compra di merci, in cui oltre la tara bisogna pagare la sanzeria; noi potremo venire a fine della operazione colla regola del Tre. Diamone un'esempio. Se un cantajo di lana vaglia ducati 60 $^3/_4$ col beneficio della sopra tara di rotola 7 per cantajo, e dovendo pagarsi il 2 per 100 al senzale, si cerca, 26 cantaja, e 75 rotola nette di tara, quanto si pagheranno, e quanto spetterà al Senzale?

*Se rot.* 107 *si pagano duc.* 60 $^3/_4$; *rot.*2675,*che?*
*Si pagano duc.*. 1518. 75.
*Per sanzeria duc.* 2 *per* 100.

---

*Si pagano duc.* 30,37. 50 $^1/_2$

Secondo il nostro metodo, si trovi primie-

ramente il prezzo delle cantaja 26., e rotola 75; sicchè unita la tara alla quantità determinata, cioè alle rotola 100, avremo 107, che sarà il primo termine; per secondo termine segneremo il prezzo di questa, che sono i convenuti ducati 60 $3/4$; e finalmente per terzo termine le cantaja 26, e rotola 75, di cui voglia sapersi l'importo; onde si dirà: se rotola 107 si pagano ducati 60 $3/4$, rotola 2675 quanto si pagheranno? E fatta l'operazione secondo la regola del Tre, il quoto sarà ducati 1518, e grana 75 che dinoterà il costo delle date 26 cantaja, e 75 rotola di lana. Or bisogna trovare, quanto spetti al senzale, che ha fermato il contratto postocchè egli esigga il 2 per 100. Si moltiplichi l'importo ritrovato pel 2, ed il prodotto sarà 303750, e segnando quattro figure, giusta le date regole, avremo ducati 30, grana 37, e $50/100$, che sono sei cavalli, quanto appunto dovrà pagarsi al senzale. Sicchè se un mercante compri 26 cantaja, e 75 rotola di lana, postocchè la lana vaglia ducati 60 $3/4$ il cantajo, ed abbia di sopra tara rotola 7 per cantajo, e dato che debba pagare il 2 per 100 al senzale, egli per la quantità di lana comprata pagherà ducati 1518, e grana 75; e si dovranno pagare inoltre al Senzale ducati 30, e grana 37 $1/2$ per la sua sanzeria.

## CAPITOLO III.

### *Del Baratto, e sue diverse specie per la regola del Tre.*

Noi chiamiamo *Baratto* quella negoziazione, in cui due persone cambiano a vicenda le loro merci. Per ordinario i baratti, che sogliono tra' mercanti occorrere, sono di due specie, cioè semplice, e composto. Dicesi semplice baratto quello, in cui semplicemente si cambia una merce con un' altra; chiamasi composto quello, in cui oltre il cambio vicendevole delle merci, si dà, o si riceve qualche danaro contante. Noi daremo degli esempj dell'una, e dell' altra specie per la dilucidazione di queste regole. Diamo prima un' esempio pel baratto semplice. Due mercanti barattino zucchero, e seta; il zucchero vale ducati 45 il cantajo, e la seta ducati 3 la libbra; abbia uno di essi libbre 75 di seta, e voglia barattarla col zucchero; si domanda colla detta quantità di libbre di seta quante cantaja di zucchero avrà? Eccone descritta praticamente l' operazione regolata, come siegue.

*Per la regola del Tre.*

*Se libbra* 1 *costa ducati* 3; *libbre* 75, *che? Costano duc.* 225.

*Per*

*Per la regola del Tre.*

*Con duc. 45 si ha di zuc. cant. 1; con d.225, che?*
*Si hanno cantaja 5.*

Il proposto quesito potrà sciogliersi istituendo due regole del Tre, dicendo: se una libbra di seta vale ducati 3, libbre 75 quanto varranno? E fatta l'operazione si vedrà, che importeranno ducati 225; e lo stesso potrà conseguirsi moltiplicando la roba pel prezzo, cioè le libbre 75 pe' ducati 3, ed il prodotto sarà lo stesso 225;

Or ciò conosciuto, si vegga colla detta somma di ducati 225 quante cantaja di zucchero si avranno, postocchè un cantajo vaglia ducati 45; locchè potrà eseguirsi istituendosi altra volta la regola del Tre, dicendo, se con ducati 45 si ha 1 cantajo di zucchero, con ducati 225 quante cantaja se ne avranno? E fatta l'operazione, si vedrà, che darà 5 cantaja. Quest' istesso potrebbe ottenersi, se si dividesse pel 45, prezzo del cantajo del zucchero, il 225, importo ritrovato delle 75 libbre di seta; perchè allora anche il quoto sarebbe l'istesse cantaja 5. Sicchè barattando due mercanti seta, per zucchero, e valendo la seta ducati 3 la libbra, ed il zucchero ducati 45 il cantajo; con 75 libbre di seta si avranno 5 cantaja di zucchero.

Ecco un' altro esempio del Baratto semplice, per maggiormente facilitarne l'esercizio, quando accada, che barattandosi la merce, varii di prez-

20. Due persone barattino orzo per frumento; ma l' orzo, che in contanti vale ducato 1, e grana 50 il tomolo, in baratto si avvanza a ducati 2. Il frumento vale in contanti ducato 1, e grana 80 il tomolo. Or si domanda, mettendosi in baratto il frumento coll' orzo, quanto dovrà alzarsi, acciocchè il baratto sia di egual ragione; ed inoltre con tomola 160 di orzo, si cerca, quanto frumento si avrà? Ecco descritta l' operazione.

*Prima si dica*

*Se duc.* 1.50 *si avvanza a duc.* 2, *duc.*1.80, *che?*

*Si avvanza a duc.* 2. 40.

*Indi si dica*

*Se tomolo* 1 *si paga duc.* 2, *tom.* 160, *che?*
*Si pagano duc.* 320.

*In fine si dica*

*Con duc.* 2.40, *frum. tom.* 1, *con duc.* 320, *che?*
*Si hanno tom.* 133 $^1/_3$.

In primo luogo sul dato quesito soddisfacendo alla prima domanda, dobbiamo cercare il prezzo del frumento in baratto per l' uguaglianza della negoziazione. Ciò si eseguirà dicendo: se ducato 1. 50 in contanti avvanzano a ducati 2 in baratto, ducato 1. 80 in contanti

a quanto avvanzeranno in baratto? E fatta la regola del Tre, si vedranno avvanzare a 2. 40. Sicchè per rendere il baratto eguale il frumento, che in contanti si valutava ducato 1, e grana 80, in baratto dee valutarsi ducati 2, e grana 40. Per soddisfare alla seconda domanda, in cui si cerca, con tomola 160 di orzo quanto frumento si avrà, ci serviremo del metodo usato nel primo esempio, e diremo: se un tomolo di orzo in baratto si paga ducati 2, tomola 160 quanto si pagheranno? E fatta l' operazione, si vedrà, che si pagheranno ducati 320. In fine si dica, se con ducati 2, e grana 40 si ha un tomolo di frumento, con ducati 320 quanto frumento si avrà? E fatta l' operazione si vedrà, che si avranno tomola 133 $^1/_3$ di frumento. Sicchè l'orzo, che vale ducato 1, e grana 50 in contanti, e ducati 2 in baratto, barattandosi col frumento, che vale ducato 1, e grana 80 in contanti, per eguagliare il baratto, dovrà crescere il prezzo del frumento a ducati 2, e grana 40, e con tomola 160 di orzo si avranno tomola 133 $^1/_3$ di grano.

La regola del Baratto composto si esegue quasi nella maniera stessa della regola del Baratto semplice. Già abbiamo spiegato cosa s' intenda per baratto composto, diamo ora degli esempj, che servano a renderla chiara. Due barattono riso per formaggio. Il cantajo del riso vale in contanti ducati 10, ed in baratto si avvanza a ducati 12; ma chi baratta ne vuole la metà in contanti. Il cantajo poi del formaggio

vale ducati 16 in contanti; or si domanda solamente a che prezzo dovrà avvanzare il formaggio, perchè il baratto sia eguale? Ecco disposto il dato esempio.

*Riso in baratto ducati* 12
*Si tolga la metà, cioè duc.* 6

*Restano ducati* 6

*Riso in contanti ducati* 10
*Si tolga lo stesso . . . .* 6

*Restano ducati* 4

*Or si dica*

*Se* 4 *si avvanza a* 6; 16 *a che si avvanzerà?*
*Si avvanza a duc.* 24.

Si prenda primieramente sul dato esempio la metà del costo del riso in baratto, cioè ducati 6; e questo 6 si sottragga dal prezzo del riso, così in contanti, come in baratto, ed i residui saranno ducati 4 in contanti, e 6 in baratto; quindi si dica: se 4 in contanti avvanza a 6 in baratto, 16 in contanti a che avvanzerà in baratto? E fatta l' operazione si vedrà, che avvanzerà a ducati 24. Sicchè barattandosi riso per formaggio con patto, che del riso metà in genere, e metà in contanti debbasi pagare, e valendo il riso ducati 10 in

contanti, e ducati 12 in baratto; ed il formaggio valendo in contanti ducati 16, in baratto si avvanzerà a ducati 24.

Diamo un'altro esempio. Due vogliono barattare lana per vino. La lana vale in contanti ducati 48 il cantajo, ed in baratto si pone ducati 56. Il padrone della lana nel baratto cerca il quarto del prezzo in contanti, ma di quel prezzo, che la detta merce vale in baratto. La botte di vino vale in contanti ducati 30. Or si domanda, a quanto debba avvanzarsi la botte del vino, perchè il baratto sia eguale; ed inoltre si cerca, per 20 cantaja di lana quanto vino si avrà? Ecco l'esempio.

*Lana in baratto ducati* 56.
*Si tolga il quarto, cioè* 14.

*Restano ducati* 42.

*Lana in contanti ducati* 48.
*Si tolga lo stesso. . . . .* 14.

*Restano ducati* 34.

*Or si dica*

*Se* 34 *si avvanza a* 42; 30 *a che si avvanzerà.*
*Si avvanza a duc.* 37. 05 5/6.

*Indi si dica*

*Se cant.* 1 *si paga duc.* 56; *cant.* 20, *che?*
*Si pagano duc.* 1120.

*Finalmente si dica*

*Con duc.* 37. 05 $^5/_6$ *si ha* 1 *botte*; *con d.* 840 *che?*
*Si hanno botti* 22 $^8/_{12}$.
*E d.* 280, *ch' è il quarto convenuto in contanti.*

In questo quesito dobbiamo cercar prima quanto si dovrà avvanzare il prezzo del vino, che si baratta colla lana; locchè conseguiremo seguendo il metodo usato nel primo esempio.

Sicchè prenderemo prima la quarta parte di ciò, che vale la lana in baratto, e quindi toglieremo questa quarta parte dal prezzo, che vale la detta lana in baratto, e da quello, che vale in contanti. Dunque prendendo dal 56 la quarta parte, avremo 14; e questo sottratto così dal detto 56, come dal 48, i residui saranno ducati 34 in contanti, e 42 in baratto. Ciò eseguito per trovare quanto avvanzi la botte di vino in baratto, la quale in contanti vale ducati 30, si dica: se 34 avvanza a 42; 30 a quanto avvanzerà? e si vedrà che avvanzerà a ducati 37 e grana 5 $^5/_6$. Ciò fatto si dica; se un cantajo di lana si paga ducati 56; cantaja 20 quanto si pagheranno? E fatta l'operazione si vedrà, che si pagheranno ducati 1120. In seguito bisogna prendere dai ducati 1120 la quarta parte,

che sarà 280 ducati, la quale altresì designerà il danaro contante, che si esige dal mercante di lana, ricevendo il rimanente, cioè duc. 840 in vino al determinato prezzo del baratto. Ora è necessario vedere colla detta somma di ducati 840 quante botti di vino si avranno, postocchè una botte vale ducati 37. 05 $^5/_6$, e ciò si eseguirà dicendo: Se con ducati 37. 05 $^5/_6$ si ha una botte di vino, con ducati 840 quante botti si avranno? E fatta l'operazione si vedrà che si avranno botti 22, e barili 8 in circa.

Sicchè il mercante di lana avrà con 20 cantaja della sua merce 22 botti, ed 8 barili di vino, ed esigerà in contanti ducati 280.

## CAPITOLO IV.

### *De' Capitali coll' interesse a scalare per la regola del Tre.*

Avviene talora nell' uso delle negoziazioni che si dà ad imprestito una qualche somma, o sia capitale, che unitamente all' interesse non siano sempre gli stessi, ma col tempo vadano mancando proporzionalmente finchè arrivino alla totale estinzione, e ciò accade allorchè si assegna un determinato pagamento in soddisfazione del capitale, e dell' interesse convenuto. Or per conoscere in quanto tempo il dato capitale unitamente all'interesse vada ad estinguersi coll' assegnato pagamento, bisognerà trovare primie-

ramente l'interesse del capitale dato, e da questo a quello unito sottrarne il pagamento assegnato per la estinzione del debito, ed il residuo si considererà, come un'altro capitale, di cui trovato l'interesse, ed unito ad esso capitale, dalla di loro somma si sottrarrà di nuovo la quantità data di assegnamento per l'estinzione del detto debito, e così si farà inseguito, finchè resti un capitale, che sia minore della quantità assegnata; ed allora, se si converrà che il detto residuo si paghi nella fine del tempo stabilito per l'assegnamento, si trovi l'interesse, che spetta al detto residuo colla medesima regola, e l'interesse istesso unitamente al residuo si pagherà dopo il dato tempo stabilito. Che se così non siasi convenuto, si trovi ed il tempo, in cui l'ultimo residuo si paghi, il quale dovrà essere proporzionato al tempo dell'assegnamento, e si cerchi ancora quale sarà finalmente l'interesse di questo tempo: locchè si eseguirà per mezzo della regola del Tre semplice diretta; avvertendosi altresì, che si noterà a parte in quanto tempo si estinguerà il capitale coll'interesse, atteso il pagamento assegnato. Vediamo questa regola coll'esercizio. Un mercante abbia dato all'interesse la somma di ducati 500; il debitore gli assegni una partita di ducati 180 in ogni anno pel pagamento, col patto che debba pagargli oltre il capitale sudetto l'interesse del 6 per 100, a scalare, si desidera sapere, in quanto tempo si soddisferà l'intiero capitale unito all'interesse col pagamento assegnato nella data forma, e quanto interesse rice-

verà il creditore. Ecco disposta l'operazione del dato esempio.

| | |
|---|---|
| *Capitale di duc.* 500 | *Al capitale di duc.* 500 |
| *Int. per cento duc.* 6 | *Unito l' inter. di duc.* 30 |
| *Int. di* 1 *an. d.* 30,00 | *Si avranno duc.* 530 |

*Dal capitale, ed inter., che formano duc.* 530
*Tolto l' assegnamento di duc.* 180

*Restano duc.* 350

*Si dica di nuovo*

| | |
|---|---|
| *Capitale di duc.* 350 | *Al capitale di duc.* 350 |
| *Int. per cento duc.* 6 | *Unito l' inter. di duc.* 21 |
| *Int. di* 1 *an. d.* 21,00 | *Si avranno duc.* 371 |

*Dal capitale, ed inter., che formano duc.* 371
*Tolto l' assegnamento di duc.* 180

*Restano duc.* 191

*Si dica di nuovo*

| | |
|---|---|
| *Capitale di duc.* 191 | *Al capit. di duc.* 191 |
| *Int. per cento duc.* 6 | *Unito l' int. di duc.* 11.46 |
| *Int. di* 1 *an. d.* 11,46 | *Si avranno duc.* 202.46 |

*Dal capit., ed inter., che formano duc.* 202.46
*Tolto l' assegnamento di duc.* 180

*Restano duc.* 22.46

Or per sapere in quanto tempo i detti ducati 22, e grana 46 si pagheranno, e l'interesse de' medesimi,

*Si dica*

*Duc.* 180 *si pag. dopo mesi* 12, *duc.* 22.46, *in che?*
*Si pagano in mese* 1 $^{15}/_{30}$ *poco meno.*

*Indi si dica*

*Per duc.* 100 *si pag. duc.* 6, *per duc.* 22.46 *che?*
*Si paga duc.* 1.34 $^{3}/_{4}$.

*Per mesi* 12 *si pag. d.* 1.34 $^{3}/_{4}$, *per mese* 1 $^{15}/_{30}$ *che?*
*Si pagano gr.* 16 $^{5}/_{6}$.

*Interesse del primo anno duc.* 30.
*Interesse del secondo anno duc.* 21.
*Interesse del terzo anno duc.* 11. 46.
*Interesse del' mese* 1 $^{15}/_{30}$ *gr.* . . 16 $^{5}/_{6}$

*Int. di anni* 3, *mese* 1, *e giorni* 15 *duc.* 62. 62 $^{5}/_{6}$

Or sul proposto esempio si trovi prima l'interesse del capitale di ducati 500 alla ragione del 6 per 100. Perciò si moltiplichi il capi-

tale di ducati 500 per 6, ch'è l'interesse, e puntate nel prodotto le due ultime figure, come abbiamo insegnato nelle regole de' capitali, si avrà la somma di duc. 30, che significherà l'interesse di un' anno. Unito questo 30 al capitale 500, darà duc. 530, da' quali sottratta la quantità assegnata pel pagamento, ch'è di ducati 180, il residuo sarà di ducati 350. Di nuovo si dica nella stessa maniera, formandosi l'operazione medesima, e ritrovando l'interesse del capitale di ducati 350 al 6 per 100, si vedrà essere di ducati 21. Or questo al 350 aggiungendo, avremo ducati 371, dai quali sottratti gli assegnati duc. 180, il residuo sarà di duc. 191; ed istituendosi di nuovo l'operazione medesima si trovi l'interesse del capitale di duc. 191 al 6 per 100, e si vedrà essere di ducati 11, e grana 46, il quale interesse al suo capitale unito darà ducati 202, e grana 46, dai quali tolti i ducati 180 rimarrà il residuo di ducati 22, e grana 46, il quale residuo essendo minore della quantità assegnata pel pagamento di un' anno, nè essendovi convenzione di pagarlo in fine dell'anno, bisognerà trovare in quanto tempo debba pagarsi; ciò si consegue con istituire la regola del Tre semplice, onde si dirà: se ducati 180 si pagano dopo 12 mesi, ducati 22, e grana 46 in quanto tempo si pagheranno? E fatta l'operazione si vedrà, che si pagheranno dopo 1 mese, e 15 giorni in circa.

È necessario inoltre trovare quanto interesse si dovrà pagare pel cennato residuo di ducati 22,

e grana 46 nello spazio di 1 mese, e 15 giorni; e questo altresì si consegue coll' istituire la regola del Tre, dicendo: se 100 ducati danno d' interesse 6 ducati in un' anno, ducati 22, e 46 grana, che interesse daranno in un' anno? E fatta l' operazione, si vedrà, che daranno l' interesse di un ducato, e grana 34 3/4; locchè può anche eseguirsi colla moltiplicazione, come si è usato sopra. Finalmente perchè i ducati 22, e grana 46 si pagheranno in un mese, e 15 giorni è necessario sapere, quanto si avrà d' interesse da essi nel detto tempo; onde istituendo la regola del Tre, si dica: se dopo 12 mesi si ha l' interesse di 1 ducato, e grana 34 3/4, dopo un mese, e 15 giorni quanto se ne avrà? E fatta l' operazione si vedrà, che daranno d' interesse grana 16, e 5/6. Or sommato così il tempo decorso per l' estinzione del capitale, come le quantità pagate per l' interesse decorso si vedrà, che il capitale sudetto di ducati 500 unitamente all' interesse col dato assegnamento si estinguerà fra lo spazio di anni 5, mese 1, e giorni 15 in circa; e l' intiero interesse, che si pagherà, sarà di ducati 62, grana 62, e 5/6, come si vede il tutto notato nell' esempio.

Il caso da noi descritto nel succennato esempio accade non solo allorchè la quantità assegnata per estinguere il debito unitamente all' interesse si esige in ogni anno; ma può avvenire ancora, che la quantità assegnata per l' estinzione del debito si debba esigere in ogni quattro mesi, che comunemente dicesi in ogni terzo. Le regole, ed il metodo delle operazioni da

usarsi per isciogliere il quesito, che si propone in simile circostanza, sono le medesime di quelle pocó sopra esercitate, e per comprenderne l' uso, e l' esercizio ne daremo un' esempio.

Siasi ricevuto un capitale di ducati 1200, il quale debba restituirsi unitamente all' interesse del 6 per 100 con un' assegnamento di ducati 374 da pagarsi per ogni terzo, o sia in ogni quattro mesi; si cerca il tempo, che dovrà passare per l' estinzione di questo capitale unitamente al suo interesse, e quanto sarà l' intero interesse, che il creditore riscuoterà? Veggasi descritto il dato esempio come segue.

| | |
|---|---|
| *Capit. di duc.* 1200 | *Al capitale di duc.* 1200 |
| *Int. per cento duc.* 6 | *Unito l' int. di duc.* 24 |
| *Int. di* 1 *an. d.* 72,00 | *Fanno duc.* 1224 |
| *Il terzo è duc.* 24. | |

*Dai suddetti ducati* 1224
*Tolto il pagamento di duc.* 374

*Restano ducati* 850

*Di nuovo si dica*

| | |
|---|---|
| *Capit. di duc.* 850 | *Al capit. di duc.* 850 |
| *Int. per cento duc.* 6 | *Unito l' inter. di duc.* 17 |
| *Int. di* 1 *an. d.* 51,00 | *Fanno duc.* 867 |
| *Il terzo è duc.* 17. | |

*Dai suddetti ducati* 867
*Tolto l'assegnamento di duc.* 374

*Restano ducati* 493

*Si dica di nuovo*

| | |
|---|---|
| *Capit. di duc.* 493 | *Al capit. di duc.* 493 |
| *Int. per cento duc.* 6 | *Unito l'int. di duc.* 9.86 |
| *Int. di* 1 *an. d.* 29.58 | *Fanno duc.* 502.86 |
| *Il terzo è duc.* 9.86 | |

*Dai soprascritti ducati* 502.86
*Tolto il pagamento di duc.* 374

*Restano ducati* 128.86

Or per sapere in quanto tempo i detti ducati 128, e 86 grana si dovranno pagare, e l'interesse de' medesimi,

*Si dica*

*Se duc.* 374 *si pag. dopo mesi* 4, *duc.* 128. 86, *che?*
*Si pag. dopo mese* 1 $^{11}/_{30}$ *in circa*,

*Indi si dica*

*Per duc.* 100 *si pag. duc.* 2, *per d.* 128.86, *che?*
*Si pag. duc.* 2.57 $^{3}/_{4}$ *in circa*,

*Finalmente si dica*

*Per mesi 4 si pag. d.* 2.57 $^3/_4$, *per mese* 1 $^{11}/_{30}$ *che?*
*Si pag. gr.* 88.

| | |
|---|---|
| *Interesse de' primi mesi 4 duc.* | 24 |
| *Interesse de' secondi mesi 4 duc.* | 17 |
| *Interesse de' terzi mesi 4 duc.* | 9.86 |
| *Interesse di mese* 1 $^{11}/_{30}$ *gr.* | 88 |
| *Interesse di anno* 1, $^1/_{12}$, $^{11}/_{30}$ *duc.* | 51.74 |

Disposto, giusta le sue regole, il descritto esempio, si venga a disciorlo; ed in primo luogo si trovi l'interesse del capitale 1200 alla ragione del 6 per 100; e perchè moltiplicando il 1200 per 6 abbiamo ducati 72, che sarebbe appunto l'interesse di un' anno, perciò prendendo di questo la terza parte, vedremo esser l'interesse de' primi 4 mesi di ducati 24, quale si noti al suo luogo; quindi sommando insieme il capitale 1200 col suo interesse 24, avremo ducati 1224, da' quali sottraendo i ducati 374, ch' è la quantità assegnata per l'estinzione del debito, il residuo sarà di ducati 850. Ciò eseguito si vegga di nuovo l'interesse de' ducati 850 alla ragione del 6 per 100, e moltiplicando 850 pel 6, avremo ducati 51, che sarebbe l'interesse di un anno intiero; e prendendo la terza parte di questo, avremo ducati 17, i quali notati al loro luogo, designeranno l'interesse de' secondi quattro mesi; e sommati quindi li ducati 850

co' ducati 17, avremo 867. Ora dall' 867 sottratto l' assegnamento de' ducati 374, il residuo sarà 493. Finalmente si trovi l' interesse de' ducati 493 al 6 per 100, e si vedrà essere di ducati 29, e grana 58, di cui prendendo la terza parte, avremo ducati 9, e grana 86, i quali notati al loro luogo dinoteranno l' interesse del terzo quadrimestre, e sommando il 493 co' ducati 9, e grana 86, avremo ducati 502, e grana 86, da' quali sottratti gli assegnati ducati 374, il residuo sarà di ducati 128, e grana 86. E perchè l' avvanzo de' ducati 128, e grana 86 è minore della quantità assegnata per l' estinzione del debito in ogni 4 mesi, bisogna sapere in quanto tempo i detti ducati 128, e grana 86 si dovranno pagare, e quale sia l' interesse dei medesimi; perciò si dica: se 374 ducati si pagano dopo 4 mesi, ducati 128, e grana 86 in quanto tempo si pagheranno? E fatta l' operazione si vedrà, che si pagheranno dopo un mese, e 11 giorni in circa. In seguito si dica; se per ducati 100 si pagano ducati 2, ch' è il terzo dell' interesse di un anno; per ducati 128, e grana 86 quanto si pagherà? e si vedrà doversi pagare ducati 2, e grana 57 3/4 in circa. Finalmente si dica: se per mesi 4 si pagano ducati 2, e grana 57 3/4, per mese 1, e 11 giorni quanto si pagherà? E si vedrà doversi pagare grana 88. Sommate adunque tutte queste quantità notate sotto il descritto esempio, si vedrà essere l' intiero interesse di ducati 51, e grana 74; e 'l tempo, in cui questo unitamente al capitale de' ducati 1200 si pagherà, sarà di un

un'anno, 1 mese, e 11 giorni. Sicchè il sudetto capitale di ducati 1200 coll'interesse si estinguerà fra lo spazio di 1 anno, 1 mese, ed 11 giorni in circa; e tutto l'interesse, che si pagherà, sarà di ducati 51, e grana 74, siccome dall'esempio sopra designato chiaramente si scorge.

Sebbene in questo luogo noi ci siamo serviti di un esempio, in cui l'assegnamento è stato determinato per riscuotersi in ogni quattro mesi, nulla meno si avverta, che colla medesima regola potremo eseguire qualunque altra operazione, in cui l'assegnamento si faccia per ogni altro determinato tempo.

## CAPITOLO V.

### *Della Regola del Tre semplice inversa.*

Oltre la regola del Tre semplice diretta, vi è un'altra regola del Tre semplice inversa. Chiamasi questa inversa a differenza dell'altra, perchè in questa si siegue operando una legge contraria a quella, che abbiamo seguita nella regola del Tre semplice diretta. Essa è, come la prima, composta di tre termini, due de' quali sono sempre omogenei, e l'altro no. Differisce però dalla prima nella proporzione de' numeri.

Imperciocchè nella regola del Tre diretta il quarto numero ignoto dev'essere tanto maggiore, o tanto minore del terzo numero noto,

quanto maggiore, o minore è il secondo numero del primo numero. Nella regola del Tre inversa si dee osservare, quanto sia maggiore, o minore il primo numero del terzo, altrettanto maggiore, o minore dovrà essere il quarto numero ignoto del numero secondo noto. Per conoscere dunque, se il quarto numero ignoto, cioè il quoto debba essere minore, o maggiore del suo omogeneo, cioè del secondo numero, si vedrà quanto l'uno degli altri numeri omogenei noti sarà del suo rispettivo omogeneo, o maggiore, o minore: ed allora, se il primo numero sarà minore del terzo, minore dovrà essere il quarto numero del secondo; se poi il primo numero sarà maggiore del terzo, maggiore dovrà essere il quarto numero del secondo.

I tre dati termini nella regola del Tre inversa si dispongono in maniera, che il numero, a cui è annessa la domanda si situi nel terzo luogo, e l'omogeneo a questo nel primo luogo: l'eterogeneo, a cui debbesi trovare il quarto omogeneo, occupi il luogo di mezzo, o sia il secondo luogo. Disposti così i numeri, si moltiplicherà il primo termine pel secondo, ed il prodotto si dividerà pel terzo termine; il quoto che ne risulta sarà il quarto ignoto ricercato. Diamo un'esempio. Se per fare una veste di una roba, larga palmi 2 vi vollero canne 9; volendone fare un'altra simile, ma di roba larga palmi 3, quante canne se ne richieggono? Segue l'esempio.

*Disposti i termini secondo la regola del Tre inversa.*

*Larga palmi* 2, *canne* 9; *larga palmi* 3, *che?*

$$\frac{9}{18} \qquad \text{Quoto 6, cioè canne sei.}$$

*Disposti i termini secondo la regola del Tre diretta.*

*Se* 3 —— 9 —— 2

*Canne* 6 $\quad \frac{2}{18}$

*Prima Pruova.*

*Con mutare i termini nel seguente modo*, *cioè*

*Larga pal.* 3, *canne* 6; *larga palmi* 2 *che?*

$$\frac{3}{18} \qquad \text{Quoto 9, cioè canne 9.}$$

*Seconda Pruova.*

*Colla moltiplicazione, come quì sotto si osserva*

| 2 | — | 9 | — | 3 |
|---|---|---|---|---|
| | | 2 | *Quoto* | 6 |
| | | 18 | | 18 |

Nel dato quesito è chiaro, che siccome l'uno de' due omogenei, cioè la seconda roba, è più larga della prima, così se ne ricercherà minor quantità, il che fa conoscere essere inversa la regola, onde secondo il metodo insegnato, disposti i termini, come si osserva nell' esempio, moltiplicheremo il 2, primo termine, pel 9, secondo termine, ed il prodotto 18 lo divideremo pel 3, ed avremo il quoto 6; sei canne dunque della seconda roba si cercano per la veste proposta. Noi però che nella presente Istituzione abbiamo avuto a cuore principalmente la facilitazione, e la brevità, ci siamo ingegnati di accorciare al possibile, senza offendere la chiarezza, i nostri precetti; ond'è, che abbiamo trovata la maniera di non defatigare il giovine nell'apprendere, ed eseguire i varj insegnamenti, che empiono le Aritmetiche pratiche, senza privarli delle necessarie cognizioni. Insegniamo adunque, che ogni qualvolta siamo nella necessità di adoperare la regola del Tre inversa, potremo cambiare la situazione de' ter-

mini disposti per la regola del Tre inversa, e situarli nella maniera opposta, vale dire, disporre nel primo luogo quello, che starebbe nel terzo luogo, se si usasse la regola del Tre inversa, lasciare nel mezzo il termine eterogeneo, e situar finalmente nel terzo luogo quello, ch' era disposto nel primo nella medesima regola del Tre inversa. Così ordinati i termini avremo ridotta ad essere regola del Tre semplice diretta quella, ch' era regola del Tre inversa: onde seguiremo gl' insegnamenti dati nella regola del Tre diretta. Difatti riducendosi il dato esempio nella maniera poc' anzi espressa, situaremo nel primo luogo il 3, ch' era terzo termine; lasceremo nel mezzo il 9, e disporremo nel terzo luogo il 2, ch' era il primo termine. Quindi moltiplicato il terzo termine 2 pel secondo termine 9, il prodotto sarà 18, e questo diviso pel 3, primo termine, il quoto sarà l' istesse canne 6, ch' è altresì il quarto proporzionale.

Siccome abbiamo date due pruove per la regola del Tre semplice diretta, così è necessario darne due altre per la regola del Tre semplice inversa, le quali non differiscono dalle prime; difatti può farsi la prima pruova con mutare l' ordine de' termini, talchè il terzo termine si ponga nel primo luogo, il quarto termine nel mezzo, e finalmente il primo nel terzo; e fatta quindi l' operazione secondo la regola del Tre inversa, se si vedrà per quarto termine quello, che ne' dati termini era il secondo, l' operazione sarà stata bene eseguita, altrimenti vi sarà incorso errore. Usiamo questa pruova nel nostro

dato esempio. Abbiamo chiesto, quante canne di roba larga 3 palmi vi vollero per una veste, per cui si erano già adoprate canne 9 di roba larga palmi 2. Fatta l'operazione si è veduto essere canne 6 le ricercate. Or volendo provare la già fatta operazione con la regola insegnata, basterà mettere il 3, terzo termine, nel primo luogo; il 6, quarto termine, nel secondo luogo, ed il 2, primo termine, nel terzo luogo; quindi moltiplicato il primo termine pel secondo, cioè il 3 pel 6 avremo il prodotto 18, il quale diviso pel terzo termine, cioè 2, avremo per quoto 9; ma il 9 è altresì secondo termine de' tre dati nel quesito proposto, essendo dunque così, l'operazione sarà stata bene eseguita, L'altra pruova, che della prima è più facile, sarà il moltiplicare il terzo termine pel quarto; se il prodotto sarà eguale a quello, che si è tratto dalla moltiplicazione del primo col secondo, l'operazione sarà stata bene eseguita. Usiamola adunque nel dato esempio. Abbiamo il terzo termine 3, ed il quarto 6; moltiplicato il 3 pel 6, il prodotto sarà 18; il secondo termine è 9, ed il primo termine è 2; moltiplicato il 2 pel 9, il prodotto sarà anche 18. I prodotti dunque del terzo termine moltiplicato pel quarto, e del primo termine moltiplicato pel secondo, sono eguali, dunque l'operazione è stata bene eseguita, come tutto chiaramente appare dagli esempj delle regole, e delle pruove già descritte nella pagina 211.

Diamo per tanto un'altro esempio per maggiormente facilitare l'esercizio di questa regola.

Per coprire un gabinetto di roba larga palmi 5 si ricercarono canne 19; se poi un gabinetto simile si volesse ornare di altra roba larga palmi 2, si desidera sapere, quante canne vi vorranno?

*Larga palmi* 5, *canne* 19; *larga pal.* 2, *che?*

5 *Canne* 47 $^1/_2$

95

Volendosi risolvere il dato quesito per la regola del Tre inversa, il 5 sarà il primo termine, il 19 il termine medio, e 'l 2 il terzo termine; onde moltiplicando il primo pel secondo termine, cioè 5 per 19, il prodotto sarà 95, il quale diviso pel 2, il quoto sarà 47 $^1/_2$; adunque canne 47 $^1/_2$ della roba data si ricercheranno per adornare il gabinetto designato. Ma se ci vogliamo servire della regola del Tre diretta, il 2 situaremo nel primo luogo, il 19 nel luogo di mezzo, e finalmente il 5 nel terzo luogo; disposti così i termini si eseguirà l'operazione moltiplicando il secondo termine pel terzo, e 'l prodotto diviso pel primo termine avremo il quoto istesso di canne 47 $^1/_2$. Se nella regola del Tre inversa vi saranno rotti in qualunque termine, o in più termini si terrà lo stesso metodo, che tenuto abbiamo nella regola del Tre diretta, menocchè di quando avvenga il rotto nel secondo termine, il di cui denominatore in vece di trasportarlo nel primo termine si tra-

sporterà nel terzo, e per tutt' altro si osserveranno gli stessi precetti dati per la cennata regola del Tre diretta. Se poi la regola del Tre inversa si riduca a diretta col cambiamento dei termini, come sopra, allora non variano punto gl' insegnamenti dati nella stessa sul proposito de' rotti.

Aggiungiamo quì de' problemi, per la di cui soluzione fa d' uopo la regola del Tre semplice inversa, che serviranno a facilitarne l' uso. Si sà che una galea di 30 remi compie un certo determinato cammino nello spazio di 8 giorni : or si supponga che vi sia un' altra galea, la quale abbia 24 remi, si vuol sapere, in quanto tempo questa farebbe l' istesso cammino ? Ecco l' esempio.

*Con remi* 30, *giorni* 8; *con remi* 24 *che?*
8 —
— *Si farà in giorni* 10.
240
-00

Quì si conosce chiarissimo che i due termini omogenei sono i remi, e si vede, che bisogna trovare l' omogeneo al tempo. Situati adunque i termini, come abbiamo insegnato per la regola inversa, cioè prima il 30, in secondo luogo l' 8, ed in terzo luogo il 24, omogeneo al primo, e moltiplicato il primo termine pel secondo, il prodotto di questa moltiplicazione si dividerà pel terzo termine, ed il quoto sarà il quarto termine proporzionale, cioè 10 giorni. Se ridurremo la regola del Tre inversa alla di-

retta, colla data mutazione de' termini, eseguendo l' operazione di essa avremo lo stesso quoto 10. Se dunque una galea a 30 remi compie un determinato cammino in 8 giorni, un' altra galea di 24 remi compierà lo spazio stesso in 10 giorni, come si vede nell' esempio.

Proponiamo la soluzione di un' altro problema, per cui sia necessario adoprare la regola del Tre inversa. Se 30 fabbricatori costruirono un castello fra lo spazio di anni 3, e mesi nove: or si desidera sapere, quanti fabbricatori debbono impiegarsi per costruire un simile castello nello spazio di un' anno, e mesi sei? Esempio.

*In mesi* 45, *fabbr.* 30; *in mesi* 18 *che?*

```
30                     —
——          Bisog. fabbr. 75
1350
—90
-0
```

Quì è chiaro, che i termini omogenei sono i tempi, e l' eterogeneo è quello de' lavoratori, al quale bisognerà trovare l' omogeneo. Prima di venire all' operazione si riducano i tempi alla medesima espressione, cioè gli anni, e mesi del primo, e terzo termine a tutti mesi; ed avremo 45 mesi pel primo tempo, e 18 mesi pel secondo tempo; or per la regola del Tre inversa, dovremo dire: se fra mesi 45 fabbricatori 30 costruiscono un castello; fra mesi 18 quanti fabbricatori costruiranno un simile

edificio? Ma noi volendo ridurre la suddetta regola del Tre inversa a quella del Tre diretta, diremo, mutando i termini: Se 18 dà 30; 45 quanto darà? E moltiplicato il 45 pel 30, il prodotto sarà 1350, il quale diviso pel 18, il quoto sarà 75, ch'è il quarto proporzionale, cioè il numero de' fabbricatori ricercato. Sicchè 75 fabbricatori nello spazio di 18 mesi costruiranno un castello simile a quello costrutto da 30 fabbricatori nello spazio di mesi 45, come si scorge nell' esempio.

Chiudiamo con quest'ultimo problema l'esercizio della regola del Tre inversa. Un mercante ha comprata una quantità di zucchero alla ragione di duc. 40 il cantajo; e quindi nell' esitarlo ha guadagnato ducati 6 per 100; or se questo istesso zucchero lo comprasse a ducati 34 il cantajo, quanto guadagnerebbe per 100? Ecco l'esempio.

*Se* 40 ——— 106 ——— 34 *che?*

```
 106                    
 ———       Quoto duc. 124. 70 7/12
 240        Tolti duc. 100.
400        ————————————————
 ———————   Resta il guad. 24. 70 7/12
4240
-84
 160
 -240
  —20
   12
  ———
  240
Res. —2 indivisibile.
```

In questo problema è chiaro, che comprando il zucchero a ducati 40 il cantajo, per duc. 100 ne avrà 106. Istituendosi dunque la regola del Tre inversa in primo luogo segneremo il 40, nel secondo luogo il 106, e nel terzo il 34, dicendo, se comprando il zucchero ducati 40 ogni 100 ducati, col guadagno designato, se ne hanno 106; or comprandosi ducati 34 il cantajo, vendendosi alla stessa ragione, quanto si avrà tra la medesima somma impiegata di ducati 100, e loro guadagno. Quindi moltiplicando il secondo termine pel primo; il prodotto divideremo pel terzo termine, ed il quoto sarà il quarto proporzionale ricercato, cioè ducati 124, e grana 70 $7/_{12}$.

Or siccome nel piantare i termini della regola abbiamo aggiunto a' ducati 100 il guadagno avuto di ducati 6, formando tra somma impiegata, e guadagno ducati 106, così togliendo dal quoto, cioè da' ducati 124, e grana 70 $7/_{12}$ la somma impiegata di ducati 100, vedremo, che il guadagno è stato di ducati 24, e grana 70 $7/_{12}$.

Ma se voglia eseguirsi per la regola del Tre diretta muteremo i termini, e situando nel primo luogo il 34, nel secondo il 106, e nel terzo il 40, moltiplicheremo il 106 pel 40, ed il prodotto 4240 divideremo per 34, e sarà il quoto lo stesso di sopra, cioè ducati 124, e grana 70 $7/_{12}$, da cui fatta la sottrazione de' ducati 100, come sopra, avremo lo stesso guadagno di ducati 24, e grana 70 $7/_{12}$. Sicchè comprandosi il zucchero per ducati 34 il can-

tajo, il guadagno per ogni 100 ducati sarà di ducati 24, e grana 70 7/12, come appare dall' esempio.

## CAPITOLO VI.

*Della Regola del Tre composta diretta, detta comunemente Regola del Cinque.*

Non solamente possono con le regole di proporzione, dette del Tre semplice diretta, e inversa scuoprirsi i numeri ignoti; ma può aversi altresì la notizia di un sesto numero proporzionale, allorchè si diano cinque numeri. Quelle leggi medesime di moltiplicare, e di dividere differentemente tra loro i dati numeri formeranno le operazioni della regola del Tre composta. Essa dicesi regola del Cinque, perchè cinque sono i termini, che si propongono in sì fatta regola; e siccome nella regola del Tre semplice diretta, dati tre numeri noti, si cerca il quarto proporzionale; così nella regola del Cinque, o del Tre composta si daranno cinque numeri noti, e si cerca il sesto proporzionale. De' cinque termini dati nella regola del Tre composta ve ne sono sempre due principali, ed omogenei, due altri, che a' primi sono annessi, e di quelli meno principali, e finalmente ve ne ha un quinto, al quale si cerca l'omogeneo. Essi debbono disporsi in maniera, che si scriva nel primo luogo della sinistra un

numero principale; nel secondo luogo il numero meno principale ad esso annesso; nel terzo luogo il numero eterogeneo, al quale si cerca l'omogeneo; nel quarto luogo l'altro numero principale; nel quinto luogo il numero meno principale, che al secondo principale sia congiunto, a' quali due ultimi termini, cioè quarto, e quinto è annessa sempre la domanda. Disposti così i numeri, o siano termini, si moltiplichi il primo pel secondo; il prodotto di questa moltiplicazione si noti a parte, perchè nella operazione dovrà essere il divisore. Ciò fatto si moltiplichi il quarto pel quinto termine, e restando il terzo nel suo luogo, s'istituisca la regola del Tre semplice con questi termini, e fatta l'operazione, il quoto sarà il sesto numero proporzionale. Diamo un' esempio. Se 28 paja di bovi in ore 6 solcarono moggia di terra 94; paja 55 in ore 12 quante ne solcheranno di terra simile? Nella pagina seguente si trova notato l'esempio.

*Paja di bovi, in ore, solc. mog., paja, ore,*

28 — 6 —— 94 — 35—12 *che?*

6 12

*Divisore* 168 72

35

*Solcano mog.* 235

420

94

1680

3780-

*Dividendo* 39480

-588-

—840

-00

*Prima Pruova.*

*Con moltiplicare il divisore* 168
*pel quoto* 235

840
504-
336—

*Il prodotto è simile al dividendo* 39480

*Seconda Pruova.*

*Con mntare i termini nel seguente modo, cioè*

```
Se 35——12——235——28——6 che?
   12                 28
   —                  ——
   70                168
  35-                235
  ——                 ——
  420                840
  ——                504-
Quoto 94 simile al terzo    336—
        termine.     ———
                    39480
                    -1680
                     —00
```

Nel dato problema abbiamo cinque termini, due de' quali, cioè le paja 28, e le paja 35, sono principali: due sono a questi appartenenti, e meno principali, cioè le ore 6, e le ore 12; ed inoltre abbiamo un terzo termine eterogeneo, al quale si cerca l' omogeneo, cioè le moggia solcate. Situando adunque i termini secondo la regola da noi poco avanti data, moltiplicheremo il primo termine pel secondo, cioè 28 pel 6, il prodotto sarà 168, il quale dovrà servire per divisore. Ciò fatto si moltiplichi il quarto termine pel quinto, cioè 35 per 12, ed il prodotto sarà 420, e restando il termine medio nel suo luogo, s' istituisca la regola

del Tre semplice diretta; e fatta l'operazione, il quoto, che ne risulta, sarà il sesto numero proporzionale richiesto, cioè moggia 235.

La pruova, che comunemente si pratica per vedere, se nella regola del Cinque siavi incorso errore, si è quella di moltiplicare il divisore qual'è il prodotto del primo, e secondo termine, pel sesto, o sia pel quoziente; e se si vedrà il prodotto di questa moltiplicazione essere eguale al prodotto della moltiplicazione del quarto pel quinto termine, e di questi pel terzo termine, o sia al dividendo, avremo eseguita bene l'operazione. Applicata questa pruova al dato problema moltiplicheremo il divisore 168 pel quoto 235, e'l prodotto sarà 39480, il quale essendo un numero eguale al dividendo mostra la regola bene eseguita.

Può altresì provarsi la regola del Cinque colla mutazione de' termini, come si è insegnato nelle antecedenti regole di proporzione, vale a dire segneremo per primo, e secondo termine que', che si trovano notati per quarto, e quinto termine; e questi al contrario, cioè per primo, e secondo termine; per terzo termine poi si scriverà il sesto proporzionale, cioè il quoziente ricavato, dicendo nel dato esempio: Se paja di bovi 35 in ore 12 solcarono moggia 235; paja 28 in ore 6 quante ne solcheranno? Fatta l'operazione, come sopra, ne risulta il quoto esprimente 94 moggia, il quale per essere un numero uguale al terzo termine dato la regola è stata ben fatta, come si osserva ne'descritti esempj.

Diamo un'altro problema per dilucidar maggiormente

giormente la suddetta regola del Tre composta. Ducati 420 dati ad interesse per mesi 15 ne ha ricavato il negoziante ducati 28, si cerca, se mai volesse impiegare ducati 318 per mesi 12 alla medesima ragione, che lucro avrebbe? Ecco l' esempio quì descritto.

*Se duc., in mesi, frut. duc., duc., in mesi,*

```
420 —— 15 —— 28 —318 — 12 che?
 15                12
———               ———
2100              636
420-             318-
———               ———
 63,00           3816
———                28
                 ———
Duc.16.96,      30528
ch'è il lucro rich.  7632-
                 ————
                1068,48
                438
                 604
                  378
                  —0
```

Per isciogliere il proposto problema moltiplicheremo il primo termine pel secondo, cioè 420 per 15, il prodotto sarà 6300, il quale dovrà servire per divisore della nostra operazione. Ciò fatto, si moltiplichi il quarto pel quinto termine, cioè 318 per 12, il prodotto sarà 3816, e questo prodotto moltiplicato pel

terzo termine, cioè 28 darà 106848. Or questo prodotto si divida pel prodotto del primo, e del secondo termine, cioè 6300, e fatta la divisione tagliando i zeri nel divisore, come si è già insegnato, avremo per quoto ducati 16, e grana 96, che sarà ancora il sesto proporzionale, cioè il lucro richiesto.

Se avvenga, che vi siano rotti ne' termini della descritta regola del Cinque, in tal caso noi moltiplicheremo pel denominatore del rotto il termine omogeneo a quello, al quale il rotto è annesso; che se poi il rotto fosse nel terzo termine, allora pel denominatore dello stesso rotto si moltiplicherà il divisore, che si forma dal prodotto della moltiplicazione del primo pel secondo termine, servendoci di quegli stessi precetti, che abbiamo dati nella regola del Tre semplice diretta.

Siccome la regola del Tre composta è alquanto più difficile della regola del Tre semplice, così a facilitarne l'esercizio abbiamo stimato necessario l'aggiugnere quì altri problemi, che colla regola stessa si sciolgono. Fingasi dunque, che un mercante compri una mercanzia qualunque per ducati 250; se questo la vende dopo un'anno, e cinque mesi per ducati 34 3/4 di più di quello, che la comprò, domandasi quanto guadagnerà egli per 100 a ragione di anno? Segue l'esempio.

*Con duc., mesi, guad. duc., con duc., mesi,*
250 17 $34\,3/4$ 100 12 *che?*

*Si guad. duc.* 9. 81 $1/6$, *ch'è il quoziente richiesto.*

Disposti i termini del dato quesito nella maniera di sopra insegnata, diremo; se ducati 250 dopo lo spazio di mesi 17 danno il guadagno di ducati $34\,3/4$: ducati 100 dopo lo spazio di mesi 12 che guadagno daranno? E perchè noi abbiamo insegnato, che la regola del Tre composta si riduce a semplice, moltiplicando ciascun de' termini principali pel meno principale, perciò moltiplicheremo prima i ducati 250 pe' mesi 17, ed il prodotto sarà 4250; quindi si moltiplichino i ducati 100 pe' mesi 12, ed il prodotto sarà 1200. Così ridotti a tre i termini s'istituisca la regola del Tre semplice, e si dica: Se 4250 danno ducati $34\,3/4$; 1200 che daranno? E fatta l'operazione si vedrà essere il numero ricercato duc. 9, e grana 81 $1/6$ in circa, e questi appunto saranno il guadagno ricavato a ragion di anno per ogni 100 ducati nella vendita di quella mercanzia, che comprata per ducati 250, si esitò per ducati $34\,3/4$ più di quello, che fu comprata.

Proponiamo la soluzione di un' altro problema, che dipenda da questa regola istessa. Se molini 12 fra giorni 14 macinarono 840 tomola di grano, si domanda, molini 5 in 10 giorni alla stessa ragione quante ne macineranno? Si osservi l' esempio nella pagina seguente.

*Molini, in giorni, mac. tom., mol., in gior.*
12 14 840 5 10, *che?*

*Ne macinano tom.* 250, *qual' è il quoto.*

Per risolvere il proposto quesito, moltiplicheremo il 12 pel 14, ed il prodotto sarà 168. Quindi moltiplicato il 5 pel 10, il prodotto sarà 50. E ridotta la presente regola del Cinque a quella del Tre semplice, si dirà: se 168 dà 840; 50 che darà? E fatta l'operazione, il numero ignoto proporzionale farà 250. Sicchè se 12 molini fra giorni 14 macinarono 840 tomola di grano, molini 5 in giorni 10 ne macineranno tomola 250.

Diamo un' altro quesito, che colla medesima regola del Cinque si sciolga. Fingasi che 26 cavalli fra giorni 12 si abbiano mangiato tomola $45\ {}^1/_2$ di biada; si cerca, 18 cavalli fra giorni 5 quante tomola alla ragione di sopra si mangeranno? Si disponga quì l'esempio.

*Caval., in gior., mang. tom., caval., in gior.*
26 12 $45\ {}^1/_2$ 18 5, *che?*

*Consumano tom.* $13\ {}^3/_{24}$, *qual' è il quoto.*

Situati i dati termini secondo la nostra regola, moltiplicheremo il 26 pel 12, e 'l prodotto sarà 312; similmente moltiplicato il 18 pel 5, il prodotto sarà 90. Ridotti così i termini, diremo: se 312 dà $45\ {}^1/_2$ : 90 che darà? E fatta

l' operazione, si vedrà essere il numero proporzionale richiesto 13 $^{3}/_{24}$, cioè tomola 13, e tre misure di biada. Sicchè, se 26 cavalli in 12 giorni si han mangiato 45 tomola, e 12 misure di biada; 18 cavalli fra giorni 5 ne consumeranno tomola 13, e misure 3.

Proponiamo in ultimo luogo un' altro problema, che appartenga al trasporto delle merci, la di cui soluzione dipenda dalla stessa regola del Cinque. Si supponga, che un mercante abbia spesi ducati 35 per lo trasporto di 60 cantaja di ferro per miglia 40; si cerca sapere, quanto spenderà per lo trasporto di 95 cantaja di ferro per miglia 24 alla medesima ragione? Ecco descritto il problema.

| *Cantaja*, | *per miglia*, | *pag. duc.*, | *cant.*, | *migl.* |
|---|---|---|---|---|
| 60 | 40 | 35 | 95 | 24; *che?* |

*Si pagano duc.* 33. 25, *ch' è il quoto richiesto.*

Disposti dunque i termini secondo il nostro insegnamento, moltiplicheremo il 60 pel 40, ed il prodotto sarà 2400; inoltre si moltiplicherà il 95 pel 24, ed il prodotto sarà 2280. Così ridotti a tre i termini, ed istituita la regola del Tre semplice, si dirà: se 2400 dà 35; 2280 che darà? E fatta l' operazione si vedrà essere il numero proporzionale richiesto 33, e 25. Sicchè, se 60 cantaja di ferro trasportate per 40 miglia importarono ducati 35; cantaja 95 trasportate per 24 miglia importeranno ducati 33, e grana 25.

Tutti i problemi da noi proposti potranno provarsi con quelle regole insegnate nel primo esempio.

## CAPITOLO VII.

### *Della regola del Tre composta inversa; ovvero del Cinque inversa.*

Siccome nell' insegnare la regola di proporzione detta del Tre semplice, l' abbiamo distinta in regola del Tre semplice diretta, e regola del Tre semplice inversa, così distinguiamo altresì la regola del Tre composta diretta dalla regola del Tre composta inversa; onde daremo di quest' ultima nel presente capitolo le necessarie notizie. Richiamiamo alla memoria quello, che abbiamo detto nella regola del Tre inversa, vale a dire, che questa differisce dalla diretta nella espressione istessa del quesito, e nella proporzione de' dati numeri. Quindi diciamo altresì, che la regola del Tre composta inversa differisce dalla diretta nella espressione del problema, e nella proporzione de' termini.

La disposizione de' termini in questa regola si farà in maniera, che nel primo luogo si situi quel numero principale, al quale appartengono così il numero meno principale noto, come il terzo eterogeneo dato: nel secondo luogo situeremo il numero meno principale, che al primo appartiene: nel terzo luogo poi si scriverà quel

numero eterogeneo, al quale cercasi l'omogeneo; nel quarto luogo segneremo l'altro numero principale; e nel quinto il meno principale, che ad esso appartiene, ai quali due ultimi termini, cioè quarto, e quinto la domanda è sempre annessa.

Disposti così i termini, si moltiplicherà il secondo termine pel quarto, ed il prodotto servirà di divisore; quindi moltiplicheremo il primo termine pel terzo, ed il prodotto di questa moltiplicazione si moltiplicherà pel quinto termine, ed in fine il prodotto, che nascerà da questa seconda moltiplicazione sarà il dividendo.

Per distinguere poi se il quesito dato abbia bisogno della regola del Tre composta diretta, o inversa per risolversi è necessario supporre eguali fra loro i due termini meno principali, che si trovano situati nel secondo, e quinto luogo, ed in questa supposizione li trascureremo, come quelli, che nulla più fanno alla questione. Si ridurrà così la regola del Cinque a regola del Tre; onde trovando diretta l'espressione del quesito ridotto a regola del Tre, rileveremo esser diretta ancora la regola del Cinque data; ma trovandola inversa, diremo essere inversa altresì la regola del Cinque data.

Per ordinario le domande, che hanno bisogno risolversi per la regola del Cinque inversa, cercano sempre nel sesto numero ignoto, o capitali, o tempi. Diansi gli esempj, che tale regola mettano in chiaro.

Supponiamo un negoziante, il quale con ducati 80 abbia guadagnato ducati 4 in mesi 6:

si cerca sapere con ducati 240 volendo lucrare ducati 18 alla stessa ragione quanto tempo vi dovrebbe passare? Ecco l' esempio pratico.

*Con duc., guad. d., mesi; con d., guad. d.*
80 — 4 — 6 — 240 — 18, *che?*

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 240 | 80 | 480 |
| *Divisore* | 960 | 480 | 1440 |
| | | | 72— |
| *In mesi* | 9. | | |
| | | *Dividendo* | 8640 |
| | | | —00 |

*Prima Pruova.*

*Con moltiplicare il divisore* 960
*Pel quoto* 9

*Il prodotto è simile al dividendo* 8640

*Seconda Pruova.*

*Con mutare i termini nel seguente modo, cioè*

*Con duc., guad.d., in mesi, con d., guad.d.*
*Se* 240 —— 18 —— 9 — 80 —— 4, *che?*
*In mesi* 6.

Per situare ordinatamente i termini del sudetto quesito, scriveremo nel primo luogo il primo capitale 80; nel secondo luogo situeremo il guadagno di esso, cioè i ducati 4; nel terzo luogo noteremo il tempo, cioè i mesi 6; nel

quarto luogo si situerà il secondo capitale 240, e nel quinto luogo si segnerà il secondo guadagno, cioè i ducati 18: e cercandosi sapere il tempo, si vede benissimo, che il sesto proporzionale ignoto dee trovarsi al tempo, ed in conseguenza la regola è inversa Sicchè ne' nostri dati numeri moltiplicheremo il quarto termine 240 pel 4, secondo termine, ed avremo 960, che servirà di divisore; quindi si moltiplicherà il primo termine, cioè 80 pel 6, terzo termine, ed il prodotto 480 si moltiplicherà pel quinto termine, cioè 18, ed avremo per prodotto 8640. Or questo prodotto dividendosi pel 960 il quoto sarà 9: Dunque 9 sarà il sesto numero proporzionale, e designerà 9 mesi, tempo ignoto, che operando per la regola del Cinque inversa, si è conosciuto. Perlocchè il negoziante, che con 80 ducati guadagnò 4 ducati in 6 mesi; con ducati 240 guadagnerà li dati 18 ducati in mesi 9.

Nella presente regola del Cinque inversa potremo noi servirci della pruova usata colla moltiplicazione, vale a dire, moltiplicare il divisore 960 pel quoto 9, ed il prodotto sarà 8640, il quale, perchè uguale al dividendo saremo certi non esservi errore.

Ovvero potremo praticare la pruova colla mutazione de' termini insegnata nella precedente regola del Cinque diretta, con fingere noto il sesto numero ignoto, e considerare come ignoto il terzo noto, dicendo: se con ducati 240 si guadagnano ducati 18 in mesi 9: con ducati 80 guadagnandosi ducati 4 quanto tempo richiederà;

e fatta l'operazione, come sopra il quoto sarà mesi 6, il quale per essere uguale al terzo termine dato nel quesito mostra la regola ben' eseguita.

Nella pagina 232 si potrà osservare l' operazione del dato esempio, e delle pruove, come sopra eseguite.

Diamo un' altro esempio. Un usurajo vada cercando con qual somma possa guadagnare in 8 mesi ducati 960, mentre con ducati 160 in anni 2 $^1/_2$, cioè mesi 30 guadagnò ducati 400?

*In mesi, guad. duc., con d., mesi, guad. d.*

| 30 | 400 | 160 | 8 | 960, *che?* |
|---|---|---|---|---|
| | 8 | 30 | | 4800 |
| *Divisore* | 3200 | 4800 | | 768000 |
| | | | | 3840 |
| *Con ducati* | 1440 | | | |
| | | *Dividendo* | | 4608000 |
| | | | | 14080 |
| | | | | 12800 |
| | | | | 0000 |

Nel dato quesito sarà primo termine quello, che esprime i mesi 30, sarà secondo termine il guadagno de' ducati 400, sarà terzo termine il capitale de' ducati 160, con cui si fece il primo guadagno, ed a questo capitale dee trovarsi il numero omogeneo, cioè un capitale, che sarà sesto proporzionale nella nostra operazione, il quarto termine sarà il secondo tempo di mesi 8,

e finalmente il quinto termine sarà il secondo guadagno di ducati 960. Così disposti i termini si moltiplichi il secondo termine pel quarto, cioè 400 per 8, ed il prodotto 3200 dovrà servire di divisore nella nostra operazione; in seguito si moltiplichi il primo termine 30 pel terzo 160, ed il prodotto 4800 si moltiplichi pel quinto termine 960, ed avremo per prodotto 4608000, il quale diviso pel 3200, si avrà il quoto 1440; e questo sarà il capitale, che l'usurajo dovrà impiegare per 8 mesi, perchè guadagni ducati 960 alla ragione di sopra, cioè che abbia guadagnato ducati 400 fra anni 2, e mesi 6 col capitale di ducati 160, come si osserva nell'esempio.

Se avviene che ne' termini della presente regola del Cinque inversa vi fossero rotti, avremo presenti gli avvertimenti dati su questo proposito nella regola del Cinque diretta. E questo basti per l'uso, ed esercizio della regola del Cinque, così diretta, come inversa.

Per vedere, se l'operazione del dato quesito sia stata ben'eseguita potrà farsi uso delle già descritte pruove.

## CAPITOLO VIII.

### *Della regola di Società semplice, e composta.*

La regola di *Società*, o *Compagnia* è una regola di proporzione, mercè di cui con co-

stante ragione noi sappiamo quel tanto, che particolarmente spetti a ciascuno de' socj secondo il suo capitale. Essa serve per iscioglierе quelle questioni, in cui diverse quantità, indistintamente unite, abbiano avuto un sol prodotto di guadagno, o perdita, ec.; e si adopera allorchè si vuole intendere quale divisione debba farsi del noto prodotto, acciocchè ciascuna delle diverse quantità abbia quella parte, che proporzionatamente le spetta.

Suol'essere questa *regola semplice*, *e composta*. Dicesi semplice, allorchè i tempi, in cui si sono impiegate le date quantità siano i medesimi; ed è poi composta, allorchè i tempi non siano gli stessi. Noi parleremo prima della semplice, e poscia della composta. Si adopera la regola di società semplice con sommare prima le date quantità, e quindi istituire la regola del Tre semplice diretta con questo metodo, cioè, che sia primo termine la somma delle date quantità; il termine medio sarà sempre il guadagno, o la perdita, o la merce comprata: sia finalmente terzo termine una delle date quantità, e così dovranno istituirsi tante regole del Tre dirette, quante sono le quantità date, sempre collo stesso metodo. Diamone un esempio.

Due mercanti abbiano impiegate due somme diverse per un' anno in un dato negozio, da cui abbiano ricavati ducati 27 di guadagno, ma il primo di essi pose di sua porzione ducati 39, e'l secondo ducati 65. Si cerca sapere, quanto spetti di guadagno al primo, e quanto al secondo a proporzione delle rispettive somme?

*Il primo Socio pose ducati* 39
*Il secondo pose ducati* 65

*Posero in tutto ducàti* 104

*Ciò posto si dica*

*Se duc.* 104 *fruttano duc.* 27, *duc.* 39 *che?*
*Fruttano duc.* 10. 12 $^1/_2$

*E di nuovo si dica*

*Se ducati* 104 *fruttano duc.* 27, *duc.* 65 *che?*
*Fruttano duc.* 16. 87 $^1/_2$

*Al primo Socio spettano di frutto duc.* 10. 12 $^1/_2$
*Al secondo spettano di frutto duc.* 16. 87 $^1/_2$

*Intiero guadagno duc.* 27. 00 —

Noi abbiamo insegnato, che il primo termine dev' essere la somma delle date quantità; ma le date quantità sono 39, e 65, le quali insieme sommate fanno 104. Dunque 104 sarà il primo termine: il secondo termine sarà 27, guadagno comune delle date quantità; per terzo termine si adopera prima il 39, e si dirà: se ducati 104 danno il guadagno di ducati 27; ducati 39 che guadagno daranno? Moltiplicato il 39 pel 27, il prodotto sarà 1053, il quale diviso pel 104 primo termine, il quoto, o sia

il guadagno di colui, che pose ducati 39, sarà ducati 10, e grana 12 $^1/_2$. Indi fatta la medesima operazione, diremo, se 104 dà 27, che darà 65? Onde moltiplicato il 65 pel 27, il prodotto sarà 1755, il quale diviso pel 104, il quoto, o sia il guadagno del secondo socio sarà 16 ducati, e grana 87 $^1/_2$. La somma dunque de' 39 ducati avrà di frutto ducati 10, e grana 12 $^1/_2$; la somma poi de' ducati 65 avrà di guadagno ducati 16, e grana 87 $^1/_2$, come dall' esempio si ravvisa.

Per provare se sia stata ben'eseguita l'operazione, basterà sommare i guadagni particolari delle date quantità, e se il risultato sarà eguale al dato intiero guadagno, l'operazione è stata ben' eseguita, altrimenti vi sarà errore. Sommati adunque i guadagni risultati, cioè: li ducati 10, e grana 12 $^1/_2$ co' ducati 16, e grana 87 $^1/_2$ formano ducati 27, i quali essendo uguali all' intero dato guadagno mostra esser ben fatta la regola. Ciò si vede eseguito in piè dell' esempio.

Diamo un'altro esempio. Tre mercanti han posto in negozio tre diversi capitali; il primo ha impiegato ducati 204; il secondo 579; e'l terzo 675. Dopo un' anno si trovò il guadagno di ducati 252, e grana 72; si cerca sapere, quanto spetti di guadagno al primo, quanto al secondo, e quanto al terzo socio? Veggasi inseguito descritto tal' esempio.

*Il primo Socio pose il capitale di duc. 204.*
*Il secondo il capitale di duc. 579.*
*Il terzo il capitale di duc. 675.*

*Il capitale di tutti è di duc. 1458.*

*Or si dica*

*Duc. 1458; guad. duc. 252.72; duc. 204, che?*
*Guad. duc. 35. 36.*

*Si dica di nuovo*

*Duc. 1458; guad. duc. 252.72; duc. 579, che?*
*Guad. duc. 100. 36.*

*Si dica in fine*

*Duc. 1458; guad. duc. 252. 72; duc. 675, che?*
*Guad. duc. 117.*

*Al primo Socio spettano di guad. duc. 35.36.*
*Al secondo spettano di guad. duc. 100.36.*
*Al terzo spettano di guad. duc. 117.*

*Il guad. di tutti è quello dato, cioè duc. 252.72.*

Per risolvere il dato quesito, sommeremo i dati capitali, cioè 204, 579, e 675, ed il risultato sarà di ducati 1458. Or istituendo la regola del Tre, diremo: se ducati 1458 danno

il fruttato di ducati 252, e grana 72; ducati 204 quanto daranno? E fatta l'operazione, secondo la regola del Tre, il quoto sarà ducati 35, e grana 36. E quindi istituita la seconda regola del Tre si dirà: se ducati 1458 danno di guadagno ducati 252. 72: ducati 579 quanto daranno? E fatta l'operazione, secondo la regola del Tre, avremo per quoto ducati 100, e grana 56, che sono il guadagno del secondo socio. E finalmente si dirà: se ducati 1458 danno di guadagno ducati 252. 72; ducati 675 quanto daranno? Ed operando secondo il nostro metodo, avremo per quoto ducati 117, che sono il guadagno del terzo socio: Sicchè al capitale di ducati 204 spettano di guadagno ducati 35. 56, al capitale di ducati 579 gli spettano ducati 100. 56; e finalmente al capitale di ducati 675 spettano ducati 117. Quali guadagni sommati insieme daranno l'intiero guadagno di ducati 252. 72, provenienti dalla somma de' tre dati capitali, cioè di ducati 1458. Perlocchè l'operazione è stata eseguita senza errore.

Diamo un'altro esempio per vieppiù agevolare l'uso della regola di Compagnia. Tre mercanti comprarono 120 libbre di seta per ducati 324. Il primo di essi abbia pagato ducati 67, e grana 50; il secondo abbia sborsato ducati 108; e'l terzo finalmente abbia posto ducati 148, e grana 50. Or si domanda, quante libbre di seta spettino a ciascheduno? Nella pagina seguente si trova praticamente eseguita l'intiera operazione.

Il

| | |
|---|---|
| *Il primo socio ha pagato ducati* | 67. 50. |
| *Il secondo ha pagato duc.* | 108. |
| *Il terzo ha pagato ducati* | 148. 50. |
| *Somma totale pagata da' tre socj duc.* | 324. — |

*Ciò fatto si dica*

*Con duc. 324 si hanno lib. 120, con d. 67.50 che?*
*Si hanno libbre 25.*

*Indi si dica*

*Con duc. 324 si hanno lib. 120, con d. 108, che?*
*Si hanno libbre 40.*

*Finalmente si dica*

*Con duc. 324 si hanno lib. 120, con d. 148.50 che?*
*Si hanno libbre 55.*

| | |
|---|---|
| *Al primo socio spettano libbre di seta* | 25. |
| *Al secondo ne spettano libbre* | 40. |
| *Ed al terzo ne spettano libbre* | 55. |
| *Somma delle lib. comprate da' tre socj, cioè* | 120. |

Bisogna in questo quesito trovar prima tutta la spesa occorsa per la compra delle date libbre di seta 120. Uniremo perciò insieme le diverse partite pagate da' tre mercanti, cioè i ducati 67. 50, 108, e 148. 50, e si vedrà nella somma essere di ducati 324.

Quindi s' istituisca tante volte la regola del Tre quanti sono i mercanti, che unitamente comprarono la seta; intendendosi sempre dover essere il primo termine, l' intiera somma pagata da' tre mercanti; secondo termine, la mercanzia ottenuta coll' intera somma, e 'l terzo termine, il danaro particolare impiegato da ciascun mercante.

Ciò posto, si dica così: se con 324 ducati si comprarono 120 libbre di seta: con ducati 67.50 del primo socio quante libbre si compreranno? E fatta l' operazione si conoscerà, che se ne compreranno libbre 25. Indi si dica: se con ducati 324 si comprarono libbre 120: con ducati 108 del secondo socio, quante libbre se ne compreranno? E fatta l' operazione si vedrà, che si compreranno libbre 40. Ed operandosi finalmente nella stessa maniera col danaro impiegato dal terzo mercante, si conoscerà spettargli libbre di seta 55.

Unite le tre porzioni, come sopra, spettate a' mercanti, si vedrà essere l' intiera somma le date libbre 120, il che assicura essere stata ben' eseguita l' operazione.

Abbiamo già parlato della Compagnia, o sia della regola di Società semplice, rimane ora a parlare della regola di Società composta. Noi abbiamo accennato di sopra, che la regola di Società composta è quella, che oltre i capitali, nota ancora i tempi diversi, in cui simili capitali sono stati impiegati. Si dice dunque composta, perchè raddoppia i termini usati nella regola di Società semplice. Le operazioni della

regola di Società composta si perfezionano nella maniera stessa di quella della Società semplice, con questa differenza, che in essa oltre i termini usati nella semplice, vi sono i tempi, onde questi si moltiplicheranno pe' loro rispettivi capitali, e ridotti così i termini della società composta a quelli della società semplice, si eseguirà col metodo stesso l'operazione. Diamo un'esempio. Due mercanti han fatto società: il primo impiegò di sua porzione ducati 45 per mesi 5, ed il secondo impiegò ducati 80 per mesi 7; or si cerca, dell'intiero guadagno di ducati 23, e grana 55 quanto spetti al primo mercante, e quanto al secondo? Si vegga l'operazione descritta, per poi spiegarla con ogni distinzione.

*Somma impiegata dal primo socio duc.* 45.
*Si moltiplichi pel suo tempo, cioè mesi* 5.

*Il prodotto è* 225.

*Somma impiegata dal secondo socio duc.* 80.
*Si moltiplichi pel suo tempo, cioè mesi* 7.

*Il prodotto è* 560.

*Danaro, e tempo del primo socio* 225.
*Danaro, e tempo del secondo socio* 560.

*Sommati danno* 785.

*Or si dica*

*Se* 785 *danno il guad. di duc.* 23.55—225 *che?*

*Duc.* 6. 75 *guadagno del primo socio.*

*Indi si dica.*

*Se* 785 *danno il guad. di duc.* 23.55—560 *che?*
*Duc.* 16. 80 *guadagno del secondo socio.*

Nel dato esempio chiaramente si scorge, che, oltre le diverse somme impiegate da' due mercanti, vi sono altresì i tempi diversi, in cui queste somme restarono impiegate. Or per operare secondo il nostro metodo, dobbiamo moltiplicare la prima somma, cioè ducati 45 pel suo rispettivo tempo, cioè mesi 5, e'l prodotto sarà 225. Quindi si moltiplicherà la seconda somma, cioè ducati 80 pel suo tempo, cioè mesi 7, ed avremo il prodotto 560. Indi uniremo insieme i cennati due prodotti, cioè 225, e 560; il risultato sarà 785. Ciò fatto s'istituisca l'operazione per la regola del Tre, in cui dovrà essere il primo termine il descritto risultato 785; il secondo termine sarà l'intero dato guadagno di ducati 23, e grana 55; e pel terzo termine ci serviremo del prodotto della moltiplicazione della prima somma pel suo tempo, cioè 225. E fatta l'operazione, il quoto sarà ducati 6. 75, che esprimerà il guadagno del primo socio: della stessa maniera si opererà per conoscere il gua-

dagno, che spetta al mercante, il quale pose la somma di ducati 80 per mesi 7; cioè sarà primo termine l'istesso 785; secondo termine i ducati 23. 55; e terzo termine finalmente sarà la seconda somma moltiplicata pel suo tempo, cioè 560; e fatta l'operazione, il quoto sarà ducati 16. 80, qual'è il guadagno del secondo socio. Così operando useremo la regola di Società composta, come si può vedere nel segnato esempio.

Per vedere se l'operazione sia stata ben' eseguita potranno unirsi i tre rispettivi guadagni, e qualora la somma di essi corrisponde a quella dell' intiero dato guadagno, non vi sarà incorso errore.

Proponiamo un'altro quesito per facilitare la predetta regola.

Tre mercanti han fatto società per anni 2. Il primo nel cominciare la medesima pose di sua porzione ducati 500, e dopo mesi 4 ripose altri ducati 200. Il secondo pose ducati 1200, e dopo mesi 10 si prese del detto suo danaro ducati 250. E finalmente il terzo impiegò di sua porzione ducati 1500 per tutti i cennati anni due. Terminata la detta società si trovò il guadagno di ducati 460. Si cerca sapere quanto spetta di guadagno per ciascuno di detti socj, a proporzione del danaro, e tempo rispettivo. segue l'esempio.

*Pel primo Socio.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Si moltipl. i duc.* | 500 | *A' segnati duc.* | 500 |
| *pe' mesi* | 4 | *Uniti i duc.* | 200 |
| *Il prodotto è* | 2000 | *Formano duc.* | 700 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| *I descritti duc.* | 700 | *Unito il prod.* | 2000 |
| *Si moltipl. pe' mesi* | 20 | *al prodotto* | 14000 |
| *Il prodotto è* | 14000 | *Form. il num.* | 16000 |

*Pel secondo Socio.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Si moltipl. i duc.* | 1200 | *Da' sud. duc.* | 1200 |
| *pe' mesi* | 10 | *Tolti i duc.* | 250 |
| *Il prodotto è* | 12000 | *Restano duc.* | 950 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| *I segnati duc.* | 950 | *Unito il prod.* | 12000 |
| *Si moltipl. pe' mesi* | 14 | *al prodotto* | 13300 |
| | 3800 | *Form. il num.* | 25300 |
| | 950- | | |
| *Il prodotto è* | 13300 | | |

*Pel terzo Socio.*

| | |
|---|---|
| *Si moltiplichino li ducati* | 1500 |
| *pe' mesi* | 24 |
| | 6000 |
| | 3000 |
| *Capitale, e tempo del terzo socio* | 36000 |
| *Capitale, e tempo del secondo socio* | 25300 |
| *Capitale, e tempo del primo socio* | 16000 |
| *Capitale, e tempo di tutti* | 77300 |

*Or si dica*

*Se* 77300 *danno il guad. di duc.* 460—16000 *che?*
*Duc.* 95.21 1/3, *guadagno del primo socio.*

*Indi si dica*

*Si* 77300 *danno il guad. di duc.* 460—25300 *che?*
*Duc.* 150.55 7/12 *guadagno del secondo.*

*Finalmente si dica*

*Se* 77300 *danno il guad. di duc.* 460—36000 *che?*
*Duc.* 114.23 *guadagno del terzo.*

Per eseguire esattamente l' operazione del quesito proposto è necessario moltiplicare il capitale di ducati 500, posto dal primo mercante nel

cominciare la società, per mesi 4, ed avremo per prodotto 2000; e perchè questo istesso mercante, dopo i detti mesi 4 ripose nella significata società altri ducati 200, perciò nel tempo, che resta per compire i due anni, egli ebbe al negozio ducati 700. Or moltiplicato questo capitale 700 per 20 mesi, che formano il compimento de' due anni proposti, il prodotto sarà 14000. Quindi sommando il 14000 col 2000, avremo 16000, che sarà l'intiero capitale moltiplicato pel tempo, che appartiene al primo socio. Dell'istessa maniera potremo trovare quello, che appartiene al secondo. Imperciocchè moltiplicando primieramente il capitale di ducati 1200 per mesi 10, ch'è il tempo, in cui lo tenne impiegato interamente, il prodotto sarà 12000. E perchè questo secondo socio tolse dal suo capitale, dopo mesi 10, ducati 250, perciò questi tolti dall'intiero 1200, rimasero al negozio ducati 950 per lo spazio di 14 mesi, ch'è il tempo, il quale resta pel compimento de' due anni. Quindi moltiplicando il 950 pe' mesi 14, avremo 13300; e questo unito al prodotto 12000 daranno la somma di 25300, che sarà l'intiero capitale, e tempo, che appartiene al secondo socio. Il terzo mercante finalmente avendo posto al negozio il capitale di ducati 1500 per lo spazio intiero delli due anni, perciò moltiplicheremo il 1500 per mesi 24, ed avremo il prodotto 36000, che sarà il capitale, ed il tempo, che al terzo socio appartiene.

Ciò fatto si sommino i prodotti 16000, 25300, e 36000, ed avremo 77300, il quale

servirà di primo termine, in tutte le regole del Tre, che s'istituiranno. Quindi per sapere il guadagno del primo mercante si dirà: Se 77300 danno il guadagno di ducati 460; 16000 che daranno? E fatta l'operazione si avrà il quoto di ducati 95, grana 21 1/3, e questo sarà il guadagno del primo mercante. Per trovare poi il guadagno del secondo socio diremo così: Se 77300 danno 460; 25300, che daranno? e si vedrà, che daranno ducati 150, e grana 55 7/12. Finalmente per sapere il guadagno del terzo socio diremo: Se 77300 danno 460; 36000 che daranno? E si vedrà, fatta l'operazione, essere il guadagno di questo terzo socio, ducati 214, e grana 23, come chiaramente rilevasi dall'esempio pratico già descritto.

Se voglia provarsi l'operazione di questo quesito, potremo avvalerci degl'insegnamenti istessi, che si son dati ne' precedenti esempj. E ciò basti per le regole di Società semplice, e composta.

## CAPITOLO IX.

### *Della regola di Allegazione, e sue diverse specie.*

La regola di *Allegazione* non è, che la mescolanza di più metalli ineguali per ridurli ad un'altra finezza, ovvero è l'unione di pesi, o di misure di diversi valori, o prezzi in un solo

valore, ovvero prezzo medio. L'allegazione dunque succede, allorchè proposto un prezzo medio, si cerca quanto di merci, di liquori, metalli ec., debbonsi mescolare, affinchè si possano vendere per quel prezzo, che si determina per medio.

Tale regola di Allegazione è anche regola di proporzione, perchè in essa dati alcuni numeri noti, si cerca dalla combinazione di essi intendere i numeri ignoti; e questa cognizione si ricava dall'istituire una proporzione tra i prezzi dati, col prezzo medio, e così sapere i numeri ignoti. Essa è *semplice*, o *composta*. Dicesi semplice, allorchè proponiamo due soli prezzi da paragonarsi col prezzo medio; dicesi composta, allorchè più di due sono i prezzi dati, i quali paragonar si debbono col prezzo medio. Si adopra quando è semplice, osservando la differenza del primo prezzo dato dal prezzo medio, e questa si scriverà accanto al secondo prezzo; quindi osservando la differenza del secondo prezzo dato dal prezzo medio, ed essa verrà segnata accanto al primo prezzo. In seguito istituendosi la regola del Tre tante volte, quanti sono i prezzi dati, secondo si usa dai pratici, si porrà per primo termine la somma delle differenze trovate: per secondo termine l'intiera quantità cercata; e per terzo termine ciascuna delle differenze, e così avremo i numeri richiesti, che designeranno ciascuna parte della quantità cercata. Oppure potrà eseguirsi la suddetta operazione, se sommandosi insieme le due differenze, si concepisca l'intiero dato diviso

in tante parti, di quante unità è la somma delle differenze; indi si scrivano due frazioni, le quali abbiano per numeratore ciascuna delle differenze, e per denominatore la somma delle differenze istesse.

Ecco un'esempio. Un'argentiere vuol ridurre alla finezza di ducati 9 la libbra gli argenti di due qualità; la prima delle quali costi ducati 7 la libbra, e la seconda ducati 13. Or si desidera sapere, quante once dovrà prendere dall'argento del valore di ducati 7 la libbra, e quante altre ne dovrà prendere dall'argento, che vale 13 ducati la libbra, per formarne una libbra, che vaglia i detti ducati 9. Si osservi la disposizione.

| | |
|---|---|
| *Prezzo dell' argento inferiore ducati* 7 | 4 |
| *Prezzo medio ducati* 9. | |
| *Prezzo dell' argento migliore ducati* 13 | 2 |
| *Somma delle differenze* | 6 |

*Or si dica*

*Se* 6 *dà once* 12 —— 4 *che?*
*Dà once* 8 *dell' inferiore.*

*Indi si dica*

*Se* 6 *dà once* 12 —— 2 *che?*
*Dà once* 4 *del migliore.*

Quì si vede, che i prezzi dati delle tre qualità degli argenti, il primo è di ducati 7,

l'altro di ducati 13, il prezzo medio poi è di ducati 9. Bisogna osservare, quale sia la differenza del 7, primo prezzo dato, al 9, prezzo medio, e vedutasi esser 2, questo si noti accanto al 13, secondo prezzo dato. In seguito si osservi la differenza del secondo prezzo dato cioè 13 al 9, prezzo medio, e vedutasi esser 4, questo si noti accanto al 7, primo prezzo dato. Quindi sommate le differenze, avremo 6. Si concepisca dunque la libbra dell'argento, che dee comporsi, divisa in sei parti, ed istituita la regola del Tre, si dica: Se 6, somma delle differenze, dà 12 once; 4, che darà?

E fatta l'operazione della cennata regola del Tre avremo il quoto esprimente 8 once.

E perchè la differenza 4 corrisponde al prezzo minore 7, perciò le once 8 si dovranno prendere dall'argento, che vale 7 ducati la libbra. In seguito istituiremo di nuovo la regola del Tre, dicendo: se 6 dà once 12; 2, che darà? E fatta l'operazione, vedremo, che dà once 4. E perchè la differenza 2 è segnata accanto al prezzo maggiore 13, perciò 4 once si dovranno prendere dall'argento, che vale 13 ducati la libbra. Sicchè per comporre dell'argento di due qualità, di cui la prima vale 7 ducati la libbra, la seconda 13 la libbra, una libbra di argento del valore di 9 ducati, dovremo prendere 8 once dell'argento, che vale ducati 7 la libbra, e 4 once di quello, che vale ducati 13 la libbra. E chiaro altresì in questa regola, che scrivendo due frazioni, la prima delle quali abbia per numeratore la differenza 4,

e per denominatore la somma delle due differenze, darà il rotto $^4/_6$, e questa parte se ne dovrà prendere dell'argento di ducati 7 la libbra; e quindi scrivendo l'altra frazione, il di cui numeratore sarà la differenza 2, e 'l denominatore la somma delle differenze, si avrà il rotto $^2/_6$, questa parte se ne dovrà prendere dell'argento di ducati 13 la libbra: la prima frazione dunque $^4/_6$ di una libbra, sono 8 once, e la seconda frazione $^2/_6$ di una libbra, sono 4 once. Ecco dunque che eseguita l'operazione, così per la regola del Tre, come sogliono i pratici, come per le frazioni, secondo la risolve taluni de' Teorici, sempre è costante.

Aggiugneremo quì brevemente la prova della regola sopraddetta, e per maggior facilità l'useremo nel dato esempio. Si vegga primieramente, quanto sia il costo della porzione presa dal primo prezzo dato, cioè quanto importino le 8 once prese dall'argento, la cui libbra vaglia ducati 7; e si conoscerà essere ducati 4 grana 66, e $^2/_3$; quindi osserveremo quanto importi la porzione presa dal secondo prezzo dato, cioè quanto valgono le once 4 prese dalla libbra dell'argento, che vale ducati 13, e si troverà essere il costo di ducati 4, e grana 33 $^1/_3$; sommati i sopraddetti prezzi, avremo ducati 9, il quale per essere uguale al designato prezzo della libbra di argento, che vogliamo comporre dalle due date diverse qualità di argento mostra che l'operazione sia stata ben' eseguita.

Diamo un'altro esempio sulla stessa regola di Allegazione. Abbia un mercante due qualità

di zucchero: la prima delle quali vaglia ducati 24 il cantajo, e la seconda ducati 40; trovandone a vendere un cantajo per ducati 30, quanto della prima qualità, e quanto della seconda dovrà mescolare, onde possa venderlo pel prezzo dato. Ecco disposta l'operazione.

| | |
|---|---|
| *Prezzo minore* 24 | 10 |
| *Prezzo medio* 30 | |
| *Prezzo maggiore* 40 | 6 |
| *Somma delle differenze* | 16 |

*Or si dica*

*Se* 16 *dà rotola* 100 — 10 *che?*
*Dà rotola* $62\ ^1/_2$.

*Indi si dica*

*Se* 16 *dà rotola* 100 — 6 *che?*
*Dà rotola* $37\ ^1/_2$.

Nel dato quesito il prezzo medio è 30, il prezzo minore è 24, e'l prezzo maggiore è 40. Secondo il nostro metodo si osservi la differenza del prezzo minore 24, dal prezzo medio 30, e si vedrà esser 6; or questa differenza 6 si scriva accanto al prezzo maggiore 40. E quindi si osservi la differenza del prezzo maggiore 40 dal prezzo medio 30, e si vedrà esser 10, e questa differenza 10 si scriva accanto al prezzo minore 24. In seguito sommate le differenze, avremo 16.

Ciò fatto s'istituisca la regola del Tre semplice, dicendosi: se 16 dà un cantajo, o rotola 100, 10 che darà? e fatta l'operazione si vedrà, che dà rotola 62 $^1/_2$. E finalmente si dica: se 16 dà 100 rotola; 6 che darà? E si conoscerà, che dà rotola 37 $^1/_2$. Sicchè per comporre un cantajo di zucchero, che vaglia i dati ducati 30, bisogna prenderne rotola 62 $^1/_2$ da quello, che vale ducati 24 il cantajo, e rotola 37 $^1/_2$ da quello, che vale ducati 40 il cantajo.

Terminiamo questa regola dell'Allegazione semplice con un altro esempio, il quale sebbene ammetta l'istessa operazione per eseguirsi, ha bisogno però di una pruova diversa da quella, che abbiamo dato al di sopra. Abbia un mercante due qualità di frumento, delle quali una vale ducati 4 il tomolo, e l'altra ducati 7. Ne trova a vendere 60 tomola di frumento alla ragione di ducati 5 il tomolo; si cerca sapere quante tomola ne dovrà prendere di ciascuna sorta, onde mescolate insieme formino le date tomola 60 del ricercato valore di ducati 5 il tomolo. Nella pagina seguente vien descritta l'operazione del dato esempio.

| | |
|---|---|
| *Prezzo minore* 4 | 2 |
| *Prezzo medio* 5 | |
| *Prezzo maggiore* 7 | 1 |

*Somma delle differenze* 3.

*Or si dica*

*Se* 3 *dà tomola* 60 — 2 *che?*
*Dà tomola* 40.

*Indi si dica*

*Se* 3 *dà tomola* 60 — 1 *che?*
*Dà tomola* 20.

In questo dato quesito, il prezzo medio è 5, il prezzo minore è 4, il prezzo maggiore è 7; osservata la differenza del prezzo minore al medio, cioè di 4 al 5, si vedrà essere 1, e si noti accanto al prezzo maggiore 7: in seguito si osservi la differenza del prezzo maggiore al medio, cioè del 7 al 5, e si vedrà esser 2, e questa differenza si scriva accanto al prezzo minore, cioè 4, e sommate le differenze, avremo 3. Or seguendo il nostro metodo istituiremo due regole del Tre, dicendo nella prima: Se 3 dà tomola 60: 2 quante tomola daranno, e fatta l' operazione avremo il quoto di tomola 40, quante appunto se ne dovranno prendere del grano, che vale ducati 4 il tomolo. Quindi si dica: Se 3 dà tomola 60; 1 quante tomola darà;

rà; e fatta l'operazione si avrà il quoto 20, che dinota le tomola da prendersi del grano, che vale ducati 7 il tomolo: mescolando le suddette tomola 40 colle tomola 20 formano le date 60 tomola da potersi vendere alla ragione di ducati 5 il tomolo per averne il giusto importo. Per provare questa operazione è necessario, che prima si trovi il costo del grano mescolato, che si dee vendere, onde nel nostro caso moltiplicheremo le tomola 60 pe' ducati 5, ed avremo il prodotto di ducati 300, che designerà il cercato costo.

In seguito dee trovarsi l'importo delle tomola 40 del grano di ducati 4 il tomolo, e ciò si otterrà moltiplicando il 40 pel 4, ed il prodotto sarà di ducati 160, il quale si noti a parte. Indi si trovi l'importo delle tomola 20 del grano di ducati 7 il tomolo; e fatta la moltiplicazione del 20 pel 7 si vedrà essere di ducati 140. Sommati questi due prodotti, o siano importi, se daranno il costo delle tomola 60 alla ragione di ducati 5 il tomolo l'operazione sarà stata ben' eseguita altrimenti vi sarà incorso errore. Uniti dunque i ducati 160 co' ducati 140 avremo l'intero importo di ducati 300, il quale per essere uguale all' importo delle tomola 60 alla ragione di ducati 5 il tomolo mostra non esservi incorso errore.

Noi abbiamo notato poco sopra, che la regola di Allegazione può essere semplice, e composta: della semplice già se n'è parlato, resta a trattare della composta.

La regola di *Allegazione composta* è quella, in cui i dati prezzi, che paragonar si deb-

bono col prezzo medio, siano più di due. Essa si esegue paragonando sempre due prezzi col prezzo medio: bene inteso però, che debbonsi paragonare i prezzi dati, non come sono scritti in linea, ma bensì bisogna paragonarli in maniera, a due a due, che l'uno di essi sia minore del prezzo medio, e l'altro maggiore, perchè altrimenti il dato prezzo medio non sarebbe tale, se si paragonassero due prezzi, o maggiori, o minori del medio: avvertendo ancora, che le differenze nasceranno per effetto de' paragoni di detti prezzi, si notino ne' luoghi rispettivi; e perchè nell'ultimo luogo dovranno necessariamente segnarsi più differenze, queste si considereranno, come scritte in una colonna verticale; si uniranno insieme, e'l risultato sarà la differenza; che appartiene al prezzo segnato nell'ultimo luogo. Indi fatta la somma di tutte le trovate differenze ci serviremo della regola del Tre, in cui il primo termine sarà la somma di tutte le differenze, il secondo termine sarà la quantità della cosa cercata, e finalmente il terzo termine sarà ciascuna delle rispettive differenze. Diamo un'esempio per facilitare la regola data. Un cantiniere abbia vino di tre sorti: la prima delle quali vaglia ducati 8 la botte, la seconda ducati 9, e la terza ducati 16. Si domanda, quanto di ciascuna sorta dovrà prenderne, onde mescolato insieme se ne formi una botte del prezzo di ducati 10. Si osservi la disposizione del dato quesito nella pagina seguente.

| | | |
|---|---|---|
| | 8 | 6 |
| 10 | 9 | 6 |
| | 16 | 2. 1. |

*Somma delle differenze* 15

*Or si dica*

*Se* 15 *dà barili* 12 — 6 *che?*
*Dà barili* 4. $^{52}/_{66}$ $^{4}/_{5}$.

*Se* 15 *dà barili* 12 — 6 *che?*
*Dà barili* 4. $^{52}/_{66}$ $^{4}/_{5}$.

*Se* 15 *dà barili* 12 — 3 *che?*
*Dà barili* 2. $^{26}/_{66}$ $^{2}/_{5}$.

Nel dato esempio il prezzo medio è 10, e gli altri tre sono 8, 9, 16. Sicchè situati questi, secondo il nostro metodo, dovremo primieramente paragonare il primo, e l'ultimo prezzo col prezzo medio, scrivendo in parti opposte le differenze. Paragonato adunque l'8 col 10, la differenza sarà 2, la quale si scriverà accanto il 16, ed in seguito paragonato il 16 col 10, la differenza sarà 6, la quale si segnerà accanto all'8; successivamente paragoneremo il 9 col 10, e la differenza 1 noteremo dopo il 2, accanto al 16; e paragonando finalmente di nuovo il 16 col 10, la differenza 6 scriveremo accanto al 9. Or sommate le differenze 6, 6, 2, ed 1 nel modo già insegnato avremo 15. Quindi istituiremo tante

regole del Tre, quanti sono i prezzi dati, dicendo: se 15 dà 12 barili, o sia una botte, 6 che darà? E fatta l'operazione, vedremo, che daranno 4 barili, e caraffe 52 4/5 del vino de' ducati 8 la botte. Della stessa maniera operando per la seconda differenza, la quale essendo anche 6 produrrà lo stesso quoto di barili 4, e caraffe 52 4/5 del vino de' ducati 9 la botte, e finalmente si dirà: se 15 dà 12, 3 che darà? E vedremo, che dà 2 barili, e caraffe 26 2/5 del vino de' ducati 16 la botte: le quali quantità di barili, e caraffe insieme sommate daranno una botte, in cui mettendo le designate quantità del vino delle tre sorti, cioè de' tre dati prezzi, potrà il cantiniero venderla al dato prezzo medio di ducati 10 la botte per averne il giusto importo.

La sudetta regola di Allegazione composta, si pruova della stessa maniera da noi assegnata nella regola di Allegazione semplice.

Diamo un' altro esempio, in cui i prezzi dati siano più di tre. Un negoziante abbia cinque sorti di tabacco: la prima delle quali vale 4 carlini la libbra: la seconda carlini 6: la terza carlini 8: la quarta carlini 10; e la quinta carlini 16; si domanda, quanto di ciascuna sorta dovrà mescolare, perchè vendendone libbre 120 a carlini 14 la libbra abbia il giusto prezzo. Segue la disposizione del dato esempio.

| | | |
|---|---|---|
| | 4 | 2 |
| | 6 | 2 |
| 14 | 8 | 2 |
| | 10 | 2 |
| | 16 | 10. 8. 6. 4. |

*Somma delle differenze* 36

*Or si dica*

*Se* 36 *dà libbre* 120 — 2 *che?*
*Dà libbre* $6\ ^{8}/_{12}$.

*Se* 36 *dà libbre* 120 — 28 *che ?*
*Dà libbre* $93\ ^{4}/_{12}$.

Nel dato quesito si osserva benissimo, che il prezzo medio è 14, e gli prezzi sono 4, 6, 8, 10, e 16, il quale 16 essendo esso solo il prezzo maggiore del medio dovrà secondo la data regola prendersi replicatamente nel paragonare i due prezzi col prezzo medio. Or secondo il nostro metodo paragonando il primo, e l'ultimo prezzo col medio, vedremo la differenza di 4 a 14 essere di 10, che noteremo accanto al 16 scritto in ultimo luogo, e la differenza di 16 a 14 essere di 2, che segneremo accanto al 4; e così facendo in seguito diremo, la differenza di 6 a 14 essere di 8, che noteremo presso il 10, e similmente si dirà, la differenza di 16 a 14 essere di 2, che si noterà accanto al 6, e quindi si vedrà la differenza di 8 a 14 essere

6, che si scriverà dopo l'8, e la differenza di 16 a 14 essere di 2, che segneremo accanto all'8 del terzo luogo, e finalmente si conoscerà la differenza di 10 a 14 essere di 4, che si segnerà nell'ultimo luogo, dopo il 6, e la differenza di 16 a 14 essere 2, che scriveremo accanto al 10 del quarto luogo; le quali differenze tutte insieme unite, daranno la somma di 36.

Quindi istituita la regola del Tre, si dirà: se 36 dà libbre 120, 2 che darà? E vedremo che dà libbre 6, ed 8 once; onde tanto dovrà mescolarsi della prima sorta, ed altrettanto della seconda, della terza, e della quarta; e finalmente istituita la regola del Tre per la quinta sorta, dove trovansi segnate le differenze 10, 8, 6, e 4, che formano 28 diremo: se 36 dà libbre 120, 28 che darà? E fatta l'operazione vedremo, che dà 93 libbre, e 4 once; onde tanto dovremo mescolarvi del tabacco dell'ultima qualità. Sicchè, se un negoziante abbia cinque sorti di tabacco de' dati diversi prezzi, e venderne voglia libbre 120 alla ragione del prezzo designato, dovrà di ciascuna sorta mescolarvi la ritrovata quantità, e così n' esigerà il giusto importo.

## CAPITOLO X.

*Della regola del Falso, e delle sue diverse specie.*

Anche la regola del *Falso* è una delle regole di proporzione, perchè insegna a trovare i numeri, che hanno tra loro un rapporto, o una ragione. Essa si chiama regola del Falso, perchè da numeri non veri, che ad arbitrio s'inventano, e si fingono, se ne ritraggono i numeri veri. E poicchè talvolta un sol numero è sufficiente per venire nella cognizione de' numeri ricercati, talvolta si ricercano due numeri supposti, perciò la regola del Falso si distinguerà in regola del *Falso di semplice posizione*, e *di doppia*. Quella detta di semplice posizione si usa, allorchè un sol numero è sufficiente; si usa poi la doppia, allorchè due numeri son necessarj. Il fingere adunque un numero ad arbitrio importa, che in seguito veniamo alla cognizione de' veri numeri per mezzo della regola del Tre semplice diretta. Tutta l'operazione di questa regola detta del *Falso* è fondata sopra una supposizione, secondo la quale si crede sciolto il quesito, che se assolutamente non sia perfetta, perchè il numero scelto ad arbitrio non è il vero, per mezzo della regola del Tre semplice diretta si troverà il vero, e certo.

E quì avvertasi, che per non imbarazzarsi

tanto nell' operazione, sogliono servirsi gli Aritmetici dell' unità pel numero arbitrario da fingere, purchè nel fingere i numeri successivi non nasca rotto. Diamo un' esempio per agevolar la regola del Falso, usando la semplice posizione. Un negoziante abbia comprato tre pietre preziose, e per tutte tre abbia pagato ducati 486; la seconda pietra è stata comprata il doppio della prima, e la terza il triplo della seconda. Or non sapendo particolarmente il costo di ciascheduna, si desidera sapere, quanto abbia pagato per la prima, quanto per la seconda, e quanto per la terza. Ecco descritta l' operazione del dato quesito.

*Fingasi, che*

*La prima pietra si paghi. duc.* 1.
*La seconda pel doppio duc.* . 2.
*La terza pel triplo duc.* . . . 6.

*L' intiera somma de' num. falsi è* 9.

*Or si dica*

*Se* 9 *nasce da* 1 — 486 *da qual num. nascerà?*
*Da duc.* 54, *costo vero della prima pietra.*

*Costo vero della prima pietra duc.* 54.
*Si raddoppia per la seconda duc.* 108.
*Si tripla per la terza duc.* . . . . . 324.

*Intiero importo delle tre pietre ducati* 486.

S'incominci ora ad istituire l'operazione sul descritto esempio.

Si finga; che la prima pietra sia costata 1 ducato; e perchè la seconda è costata il doppio della prima, perciò il suo valore sarà di 2 ducati; e finalmente essendo costata la terza il triplo della seconda, per la terza si saranno spesi ducati 6, giacchè 6 è il triplo di 2. Or sommati insieme questi prezzi immaginati, avremo 9; ma l'intiero costo delle tre pietre è stato di ducati 486, dunque i tre prezzi dati alle pietre son falsi. Quindi istituendo la regola del Tre semplice, diremo: se 9 nasce da 1; 486 da qual numero nascerà? E fatta l'operazione si vedrà nascere da 54. Sicchè 54 ducati saranno il prezzo della prima pietra; e valendo la seconda il doppio della prima, si vede esser stata essa pagata ducati 108; ed essendosi la terza pietra pagata il triplo della seconda, si conoscerà esserne il costo ducati 324. Adunque con questa operazione noi per mezzo del falso numero 1, siamo venuti in cognizione del vero 54; pel falso numero 2 abbiamo conosciuto il vero 108; e finalmente pel falso numero 6, abbiamo ravvisato il vero 324, che rispettivamente li corrispondono.

Per provare l'operazione sopra segnata uniremo insieme i trovati tre prezzi delle pietre suddette, cioè ducati 54, 108, e 324, e 'l risultato sarà ducati 486, il quale per essere uguale all'intero prezzo impiegato per la compra delle medesime tre pietre preziose siamo certi non esservi incorso errore.

Diamo un' altro esempio per rendere più chiara questa operazione. Trenta cavalli portano 124 cantaja di roba, ma non tutti la medesima quantità. I primi dieci non si sa quanto ne portino; è certo però che i secondi dieci ne portano 3 volte di più de' primi; ed i terzi dieci ne portano 9 volte di più de' secondi. Si cerca sapere quanto ne portino i primi dieci, quanto i secondi, e quanto i terzi. Si osservi l' operazione del dato quesito per poi spiegarla.

*Fingasi, che*

*Li primi* 10 *cavalli portino cantajo* 1
*Li secondi* 10 *pel triplo cantaja* 3
*Li terzi* 10 *pel triplo moltiplicato per nove* 27

*Somma de' numeri faisi* 31

*Or si dica*

*Se* 31 *nasce da* 1 — 124 *da qual num. nascerà?*
*Da cant.* 4, *che si portano da' primi* 10 *cavalli.*

*Num. vero delle cant. trasp. da' primi* 10 *cav.* 4
*I secondi* 10 *cav. pel triplo ne trasp. cant.* 12
*I terzi* 10 *pel triplo moltiplicato per* 9 *cant.* 108

*Intero numero delle cantaja trasportate* 124

Nel dato esempio, si finga, come si vede, che i primi dieci cavalli ne portino cantajo 1, e perchè li secondi portandone tre volte di più

de' primi, ne porteranno cantaja 3, ed i terzi dieci portandone nove volte di più de' secondi, ne porteranno cantaja 27. Sommati tali numeri, cioè 1, 3, e 27 daranno 31 cantaja, ma le cantaja date sono 124; dunque il numero posto ad arbitrio è falso. Perlocchè istituita la regola del Tre semplice diretta, si dirà: se 31 nasce da 1, 124 da qual numero nascerà? E fatta l'operazione, il quoto sarà 4. Dunque quattro cantaja porteranno i primi dieci cavalli, e perchè i secondi dieci portano 3 volte più de' primi, perciò ne porteranno 12 cantaja; e perchè i terzi dieci portano 9 volte di più de' secondi, perciò porteranno cantaja 108, le quali cantaja 108, 12, e 4 faranno le 124 cantaja, che debbano portarsi da' dati trenta cavalli, onde l'operazione è stata ben' eseguita.

Diam' ora un' altro esempio per sempreppiù render agevole questo nostro insegnamento.

Soldati 77 si disertarono. Di questi alcuni si hanno trasportate le loro armi, il triplo di quelli, che hanno trasportato le armi si trova arrestato, e la metà di detto triplo si è volontariamente restituita al quartiere. Or si cerca il numero de' primi, cioè di quelli, che si trasportarono le armi; il numero de' secondi; cioè di que', che furono arrestati; ed il numero de' terzi, cioè di quelli, che si restituirono volontariamente al quartiere. Si osservi qui descritta l'operazione del dato quesito.

*Fingasi, che*

*Li soldati, che tolsero l'armi siano stati* 4
*Gli arrestati, pel triplo saranno. . . . .* 12
*E li restituiti per metà saranno . . . . .* 6

*Intiera somma de' numeri falsi* 22

*Or si dica*

*Se 22 nasce da 4 — 77 da qual num. nascerà?*
*Da 14, num. de' soldati, che si tolsero l'armi.*

*Numero vero de' soldati, che tolsero l'armi* 14
*Numero vero degli arrestati pel triplo. .* 42
*Numero vero de' restituiti per metà . . .* 21

*Intiero numero de' soldati disertori* 77

Sul proposto quesito fingasi, che quelli soldati, i quali tolsero le loro armi siano stati 4; e perchè i soldati arrestati furono il triplo de' primi, perciò saranno stati 12; quindi perchè i soldati restituiti al quartiere furono la metà de' secondi, si vedrà essere stati questi 6. Or i tre falsi numeri 4, 12, e 6 insieme si sommino, ed avremo 22. Quindi s'istituisca la regola del Tre semplice, in cui sarà primo termine la somma de' tre numeri falsi; sarà secondo termine quel numero falso, che abbiamo finto in primo luogo, cioè 4, e ci serviremo per terzo termine dell' intero numero de' disertori, dicendo così:

se 22 nasce da 4, da qual numero nascerà 77? E fatta l'operazione si conoscerà, che i disertori, i quali tolsero le loro armi furono 14, e perchè quelli, che furono arrestati erano il triplo de' primi, perciò furono 42, e finalmente perchè que', che si restituirono volontariamente erano la metà de' secondi, perciò furono 21. Perlocchè si conosce benissimo, che il numero 14 de' primi soldati corrisponde al 4, numero falso de' primi: il numero 42 de' secondi corrisponde al 12, numero falso de' secondi: e finalmente il numero 21 de' terzi corrisponde al 6 numero falso de' terzi. E fattasi di questi veri numeri la somma, si vedrà essere di 77, che furono i soldati disertori, per cui nell' operazione non vi è incorso errore.

Altri esempj a questi simili potranno esercitare i nostri studiosi, i quali per maggior facilità potranno usare con profitto.

La regola del *Falso di doppia posizione* anche è in uso presso i pratici, per cui la daremo per non render manchevoli queste nostre istituzioni. Essa importa la posizione di due numeri arbitrarj, perchè uno non è sufficiente; e si fa moltiplicando il numero, che si finge nella prima falsa posizione, pel secondo errore; ed il numero, che si finge nella seconda falsa posizione pel primo errore: ( se siano detti errori di meno, o di più ) dei prodotti di queste moltiplicazioni si considererà la differenza tra loro, e questa si dividerà per la differenza degli errori, ed il quoto darà il primo numero ricercato. Diamo un' esempio: Tre mercanti ab-

biano guadagnati 47 ducati, il secondo ebbe 5 ducati più del primo, ed il terzo ebbe quanto il secondo, e ducati 10 di più. Si cerca, quanto abbia ciascuno particolarmente guadagnato? Se ne osservi quì descritta la disposizione.

*Numero vero del guadagno ducati 47.*

*Prima fingasi, che*

*Il primo mercante abbia di guad. duc.* 4
*Il secondo pel suo dippiù ne avrà duc.* 9
*Il terzo pel suo dippiù ducati . . . .* 19

*Somma de' primi numeri falsi ducati.* 32
*La quale manca dal vero in ducati.* 15 *M.*

*Di nuovo fingasi, che*

*Il primo mercante abbia di guad. duc.* 7
*Il secondo pel suo dippiù ducati. . .* 12
*Il terzo pel suo dippiù ducati . . . .* 22

*Somma de' secondi numeri falsi duc.* 41
*La quale manca dal vero in duc. . .* 6 *M.*

*Fatta tutta l' operazione, ne segue che*

*Al primo mercante spettano di guad. d.* 9
*Al secondo pel suo dippiù toccano d.* 14
*Al terzo pel suo dippiù spettano duc.* 24

*Formano l' intero guadagno dato di d.* 47

Nel dato problema si supponga, che il primo mercante abbia avuto 4 ducati di guadagno; come il secondo ebbe 5 ducati più del primo, così avrà avuto 9 ducati. E perchè il terzo ebbe quanto il secondo, e ducati 10 di più, perciò avrà avuto ducati 19. Insieme si sommino questi tre numeri supposti, cioè 4, 9, 19, ed avremo 32 ducati; ma il numero vero del guadagno è 47; sicchè questi numeri trovati son falsi, perchè si è errato in ducati 15, il quale errore essendo di meno si segnerà colla lettera M.

Di nuovo si concepisca, che la porzione del guadagno del primo mercante sia 7 ducati, quella del secondo dovrà essere 12, e quella del terzo 22, i quali numeri insieme sommati daranno 41 per risultato; ma il guadagno fu di ducati 47. Sicchè anche questi secondi numeri stabiliti son falsi, perchè si è errato di 6, il quale errore essendo ancora di meno si noterà colla stessa lettera M.

Or per trovare il numero vero del guadagno di ciascuno, si moltiplichi il primo numero falso 4 pel secondo errore 6, ed il prodotto sarà 24. Indi si moltiplichi il 7, primo numero falso della seconda posizione pel 15, primo errore, ed il prodotto sarà 105. Si trovi quindi la differenza di 24 a 105, e vedremo essere 81. Si trovi inoltre la differenza de' due errori, cioè di 15 a 6, e si vedrà esser 9. Si divida l'una differenza per l'altra, cioè l'81 pel 9, ed il quoto sarà 9 ducati, che designerà il vero numero ricercato del guadagno, che spetta al primo mercante. Quindi aggiunto al 9 il 5, avre-

mo 14, che sarà la porzione, o sia il guadagno del secondo; ed aggiunto al 14 il 10 avremo 24, che dinoterà la porzione, o il guadagno del terzo. E perchè unite queste tre porzioni di guadagno, danno 47 ducati intiero guadagno dato, assicura esser stata ben fatta l'operazione.

Può inoltre accadere, che pe' numeri delle false posizioni gli errori siano maggiori del dato guadagno: per la dilucidazione di questo caso proporremo l'esempio stesso.

Sia il numero dell'intero guadagno dato 47 ducati, e le differenze del guadagno de' tre mercanti sieno le stesse dell'esempio sopra proposto. Eccone la disposizione.

*Numero vero del guadagno.*

47

| | |
|---|---|
| 12 | 16 |
| 17 | 21 |
| 27 | 31 |
| 56 | 68 |
| 9 *P.* | 21 *P.* |

Nel dato quesito si supponga, che il primo mercante abbia avuti 12 ducati di guadagno, e come il secondo ebbe 5 ducati di più del primo, così gli saranno spettati 17 ducati; e finalmente avendo avuto il terzo 10 ducati di più del secondo, avrà ricevuto 27 ducati. Fatta quindi la somma di tali numeri; il risultato sarà 56, numero maggiore del 47 dato, e per

conseguenza

conseguenza falso. Ora è necessario avvertire la differenza del 56 al 47, ed osservato, ch' è 9, questo 9 si noti sotto il 56 segnandovi una P. per distinzione che la differenza sia di più. Veniamo in seguito a stabilire l'altro numero falso. Fingasi dunque, che il primo mercante abbia ricevuto ducati 16 di guadagno; il secondo ne avrà ricevuto ducati 21 pel suo dippiù, e'l terzo 31 ducati per la sua maggior porzione. Sommati questi numeri, avremo il risultato 68, numero maggiore del 47 dato, ed avvertendo la differenza del 68 al 47, vedremo esser 21, quale si segnerà colla solita P. sotto il 68, dinotando similmente la differenza esser di più. Ciò eseguito si moltiplicherà il primo errore 9 per lo secondo numero falso 16, ed il prodotto sarà 144. Quindi si moltiplichi il secondo errore 21 per lo primo numero falso 12, e'l prodotto sarà 252. Ora dal maggior prodotto 252 si sottragga il minore 144, e'l residuo sarà 108. Questo residuo 108 si divida per 12, qual'è la differenza del minore errore 9 al maggiore errore 21, e'l quoziente 9 ducati, sarà il guadagno del primo mercante; e per conseguenza il secondo avrà 14 ducati, e'l terzo 24 ducati, che sommati daranno gl'istessi ducati 47, ch'è altresì l'intero guadagno dato.

Questa operazione si vede esser la medesima della prima, perchè essa si esegue colle stesse date regole.

Che se poi avvenga, che uno degli errori sia maggiore, e l'altro minore del numero dato di guadagno, perdita ec., allora l'operazione

sarà la stessa; solamente in vece di sottrarre la quantità minore dalla maggiore si sommeranno. Diamo anche una pratica di questo caso sul medesimo dato quesito. Disposizione dell' esempio.

*Numero vero del guadagno.*

47

| | |
|---|---|
| 2 | 13 |
| 7 | 18 |
| 17 | 28 |
| 26 | 59 |
| 21 *M.* | 12 *P.* |

Fingasi il primo numero falso esser 2 ducati, il secondo sarà 7, ed il terzo 17, che sommati daranno 26, il qual'è meno del 47. Quindi avvertendo la differenza del 26 al 47, vedremo esser 21, che distingueremo colla lettera M., notandolo sotto il 26, che sarà la differenza di meno. Fingasi il secondo numero falso esser 13 ducati: il guadagno del secondo sarà 18; e quello del terzo 28, quali sommati daranno 59, numero maggiore del dato 47, ed avvertendo la differenza del 59 al 47, che sia di 12, questo errore per essere di più, si noterà colla solita lettera P. sotto del 59. Or moltiplicando pel primo numero falso 2 il secondo errore 12 avremo 24, e lo stesso facendo del primo errore 21 pel secondo numero falso 13 si avrà 273, e sommati questi prodotti daranno 297. In seguito si sommino ancora gli errori 21, e 12, e'l risultato sarà 33. E final-

mente dividendo il 297 pel 33, il quoto sarà 9 ducati, che dinoterranno il guadagno del primo mercante: e per conseguenza ducati 14 saranno il guadagno del secondo; e ducati 24 del terzo; uniti insieme tali guadagni daranno gl'istessi 47 ducati, ch'è l'intiero guadagno dato. Questa terza operazione non si uniforma assolutamente alla prima, ed alla seconda, ma sostituendo alla sottrazione la somma, in questo solamente varia dalle altre, come sopra si è detto.

E quì è da notare il modo per conoscere quando un quesito proposto debbesi risolvere colla regola del falso semplice, e quando con quella del falso doppia. Si risolverà colla regola del *Falso semplice* quel quesito, in cui i numeri ricercati abbiano una ragione conosciuta, e determinata: Come, se si proponga trovare tre numeri uguali a 24, il primo de' quali sia la metà del secondo, ed il terzo il doppio del secondo. La proporzione di questi numeri essendo come 1, 2, 4, sarà conosciuta, e determinata; che se il quesito avrà una proporzione sconosciuta, ed indeterminata si userà la regola del *Falso doppia*: come, se si proponga di trovare tre numeri uguali a 28, il secondo de' quali sia tre volte più del primo con due unità di più, e'l terzo quattro volte più del secondo con tre unità di più. Ecco i casi, in cui si debbe usare la regola del falso semplice, o doppia, con avvertire ancora, che i problemi appartenenti alla regola del falso semplice possono risolversi con quella del falso doppia, perchè l'una si contiene nell'altra; non così per l'op-

posto; perchè la regola del falso doppia non si contiene nella semplice.

## CAPITOLO XI.

### *Della Estrazione della Radice Quadrata, vera, e prossima.*

Chiamasi *Quadrato* quel numero, che nasce dalla moltiplicazione di un'altro numero per se stesso; come si dirà 36 esser numero quadrato, perchè nasce dalla moltiplicazione del 6 per se stesso. Difatti moltiplicando il 6 per 6, si avrà 36. Siccome dunque si chiama quadrato, quel numero, che nasce dalla moltiplicazione di un'altro numero per se stesso; così chiamasi *Radice quadrata* quel numero, che moltiplicato per se stesso dà un numero quadrato: allorchè dunque voglia sapersi, se una data quantità sia numero quadrato, è necessario che se ne ricerchi la radice, la quale, se sarà un numero, il quale moltiplicato per se stesso produca la data quantità, questa sarà numero quadrato.

Che se avvenga, che il dato numero non sia perfettamente quadrato non si potrà estrarre allora la radice quadrata vera; in questo caso però si estrarrà la radice quadrata prossima; cioè quella, che più si avvicina al numero della radice quadrata vera; come per esempio, 12 non essendo numero quadrato, non potrà avere la

radice quadrata vera, quindi prenderemo la radice prossima quadrata di 12, che sarà 3, perchè il suo quadrato 9 è il più immediato al dato numero 12.

Or per sapere, come debbasi eseguire l'operazione per venire in cognizione della radice quadrata, è necessario che si segni la quantità data con punti, cominciando dall'ultima figura alla destra di chi opera lasciandone sempre vuota una, che sarà quella, che immediatamente siegue la puntata; restando così la data quantità distribuita in tanti membri, quanti sono i punti, che la contengono, ognuno de' quali potrà contenere una, o due figure. Ciò fatto si cerchi la radice quadrata o vera, o prossima del primo membro, incominciando dalla sinistra di chi legge, e trovatala si noti a destra della quantità data, e formato sulla trovata radice il quadrato il prodotto si noti, e si sottragga dal primo membro, e se vi sarà residuo, si noti sotto lo stesso; indi si cali il membro, che siegue scrivendolo presso del residuo. Poi si raddoppj la radice trovata, e'l risultato si segni a sinistra, e per questo si divida il numero composto dal residuo, e dal secondo membro, eccetto l'ultima figura, ed il quoto si noterà così presso la radice del primo membro, come presso il numero, che contiene il doppio di essa radice. E finalmente si moltiplicheranno pel quoziente avuto que' numeri, che alla sinistra sono scritti; e quindi il prodotto si sottrarrà dalla quantità divisa di unità alla figura non considerata: e così operando in seguito, se la data quantità

fosse composta di più di due membri: che se nell'ultima sottrazione non vi sarà avvanzo, la radice sarà quadrata, altrimenti non sarà tale: osservando, che per non confondere la mente del principiante si trascriverà l'operazione pratica, onde tutto quello, che si è insegnato si vegga nell'esempio notato.

Debba dunque estrarsi la radice quadrata del numero 1849, come si vede descritto nel seguente esempio.

| | | |
|---|---|---|
| | 1849 | *Radice quadrata* 43. |
| | 16 | |
| 83 | — | |
| 3 | 249 | |
| —— | 249 | |
| 249 | —— | |
| | 000 | |

Sotto l'ultima figura alla destra si noti un punto, e così si faccia nell'antepenultima, onde il numero resti distribuito in membri, avvertendo che tante dovranno essere le figure della radice, quanti saranno i membri della data quantità; quindi si cerchi la radice quadrata del 18, primo membro, e si vedrà la prossima esser 4, che si porrà alla destra: sulla radice 4 si formi il quadrato, che sarà 16, il quale si scriva sotto il 18, e quello da questo sottraendo il residuo sarà 2, al quale si aggiungano le due figure, che formano il secondo membro, ed avremo 249. Si raddoppj la radice 4, ed avremo 8,

questo si noti a sinistra della quantità data, che sarà il divisore delle prime due figure del detto 249, stante si esclude sempre la figura segnata col punto; e fatta la divisione avremo 3 per quoto, questo 3 si segni così presso la radice 4, e farà 43, come presso il divisore 8, ed avremo 83: per lo stesso 3 si moltiplichi l'83, che si compone dal doppio della radice 4 unito al quoziente 3, e si avrà per prodotto 249, il quale scritto sotto al numero 249, e fatta la sottrazione resterà zero; perlocchè il 43 sarà la radice quadrata del dato 1849.

La pruova, che insegnano comunemente gli Aritmetici per osservare, se l'operazione, che si fa per estrarre la radice quadrata, sia senza errore è di formare il quadrato della radice trovata della data quantità, e se il prodotto è uguale alla quantità medesima l'operazione sarà stata eseguita senza errore. Veggasi l'uso nel dato esempio. Già dal dato numero 1849 si è estratta la radice quadrata, qual'è 43. Or moltiplicato 43 per 43, il prodotto sarà 1849, ch'è il numero dato; onde l'operazione è stata ben'eseguita. Di questa pruova fanno uso tutti gli Aritmetici sì teorici, che pratici per essere perfettissima.

Debbasi ora estrarre la radice quadrata dal numero 123904, come notato si vede nel seguente esempio.

| | 123904 | *Radice quadrata* 352 |
|---|---|---|
| | · · · | |
| 65 | 9 | |
| 5 | — | |
| 325 | 339 | |
| | 325 | |
| 702 | -1404 | |
| 2 | 1404 | |
| 1404 | 0000 | |

Sotto il 4, ultima figura alla destra parte, si noti un punto, così si faccia sotto l'antepenultima, ed in seguito della stessa maniera, sicchè il numero resti distribuito in membri, come abbiamo detto nell'altro esempio. Quindi si cerchi la radice quadrata del 12, primo membro posto alla sinistra, e si vedrà essere la prossima 3, che si porrà alla destra: della radice 3 si formi il quadrato, ch'è 9, questo si scriva sotto il 12, e fatta la sottrazione, si vedrà essere il residuo 3, che si noterà sotto il 9: al cennato residuo 3 si aggiunga il secondo membro, che segue, cioè 39, ed avrassi 339; si raddoppj la radice 3, ed avremo 6, il quale si noti alla sinistra della quantità data; e per questo 6 si divida il 33, non facendosi conto del 9, ultima figura del noto numero 339, e si vede essere il quoto 5, il quale si noti, così presso il 6, come presso il 3 nel luogo della radice. Quindi per questo 5 si moltiplichi il 65,

ed il prodotto 325 si sottragga dal 339, e'l residuo sarà 14, dopo il quale calato lo zero, ed il 4, ultimo membro avremo 1404. Finalmente si raddoppj il 35, e si avrà 70: Veggasi in seguito, quante volte il 70 entri nel 140, non facendosi conto dell'ultima figura, e si vedrà entrar 2 volte; questo 2 si scriva presso il 35 nel luogo della radice, e farà 352, e presso il 70, ed avremo 702, il quale si moltiplichi per lo stesso 2, ed il prodotto 1404 si sottragga dall'altro 1404, e non essendovi residuo, si vedrà, che la radice quadrata del 123904 sia il numero 352, osservandosi, che sono tre le figure, che compongono la radice quadrata, perchè tre sono i membri della data quantità.

Diamo un'altro esempio, in cui quattro siano i membri della quantità data, onde quattro debbano essere le figure della radice da trovarsi. Sia dunque la quantità 6996025, di cui voglia trovarsi la radice quadrata; come si osserva nell'esempio pratico segnato nella pagina seguente.

| | | |
|---|---|---|
| | 6996025 | *Radice* 2645. |
| | . . . . | |
| 46 | 4 | |
| 6 | — | |
| —— | 299 | |
| 276 | 276 | |
| —— | —— | |
| 524 | -2360 | |
| 4 | 2096 | |
| 2096 | —— | |
| —— | -26425 | |
| 5285 | 26425 | |
| 5 | —— | |
| 26425 | 00000 | |

S' incominci l' operazione dal segnare i membri, che compongono la data quantità: Ciò fatto troveremo la radice quadrata del 6, primo membro, e conosceremo essere la prossima 2, che noteremo al suo luogo. E formando sul 2 il quadrato darà 4, questo scritto sotto il 6, e dallo stesso sottratto, il residuo sarà 2, presso del quale caleremo il secondo membro, cioè 99, e dividendo il 29 per 4, doppio della radice trovata, sebbene il quoto dovrebbe esser 7, nulla meno, perchè moltiplicando il 47 per 7, il prodotto sarebbe 329, ch' è un numero maggiore del 299, perciò diminuiremo di una unità il quoto, e diremo essere il vero quoto 6, il quale noteremo presso del 4, che alla sinistra stà segnato, come doppio della radice 2, e presso della stessa radice. Moltiplicando quindi il 46

per 6, sarà il prodotto 276, il quale sottratto dal 299, il residuo sarà 23, presso del quale calando il 60, terzo membro, avremo 2360. Or si raddoppj il 26, ed avremo 52, pel quale si divida il 236, non facendosi conto del zero, come ultima figura, ed il quoto sarà 4, il quale si noti, così presso la radice 26, come presso il 52, suo doppio. Quindi pel 4 si moltiplichi il 524, ed il prodotto 2096 si sottragga dal 2360, e 'l residuo sarà 264, presso del quale si cali il 25, ultimo membro. Finalmente si raddoppj la radice 264, ed avremo 528; or per questo 528 si divida il 2642, non facendosi conto, dell' ultima figura, ed il quoto sarà 5, quale si noti presso la radice 264, e presso il suo doppio, cioè 528, ed avremo la radice 2645, ed alla sinistra 5285. Or questo ultimo si moltiplichi per lo stesso 5, ed avremo 26425, il quale dall' altro 26425 sottratto, resterà zero; onde compita l' operazione, la radice quadrata della data quantità 6996025, sarà 2645.

Proseguiamo ora a parlare della maniera di estrarre la radice prossima quadrata. Se dopo estratta la radice quadrata da una data quantità vi rimane qualche residuo è segno evidente che quella data quantità non sia perfettamente quadrata, e per conseguenza, che da essa estrarre non si possa la radice quadrata vera, onde potremo estrarre solamente la prossima.

Chiamasi dunque *radice prossima quadrata*, quella, che dalla quadrata differisce per un numero minimo, che sia possibile. Per estrarre siffatta radice prossima quadrata, aggiugneremo

o al residuo, estratta che avremo la radice, o all'intiera data quantità, tanti paja di zeri, quanti vogliamo, e secondo il nostro metodo n'estrarremo la radice quadrata di membro in membro, come sarà necessario. Quindi si taglino dalla radice risultata tante figure, quante furono le paja de' zeri aggiunti, incominciando però dalla destra. Le figure, che resteranno alla sinistra saranno i numeri intieri della radice, e le figure segnate saranno il numeratore di un rotto, ed il denominatore sarà l'unità con tanti zeri, quante furono le paja de' zeri aggiunti al residuo, o alla quantità data. Diamo un esempio. Si debba estrarre la radice quadrata da 18: è chiaro, che il 4 sarà del 18 la radice quadrata prossima, rimanendone 2. Or se noi aggiugneremo alla data quantità 18 tre paja di zeri, avremo 18000000, dal qual numero estraendo la radice, giusta gl'insegnamenti dati, vedremo esser la prossima 4242. Da questa radice, tagliate tre figure, perchè tre paja di zeri furono aggiunti si avranno 4 intieri, e le tre figure segnate, cioè 242, le quali saranno il numeratore della frazione, e'l denominatore sarà l'unità con tre zeri, perchè tre paja di zeri si sono aggiunti alla data quantità. Sicchè la radice prossima quadrata di 18 sarà 4, e $^{242}/_{1000}$.

Volendo pruovare questa operazione, moltiplicheremo il 4 radice prossima per se stessa, ed avremo 16, al quale aggiugneremo il residuo 2, ed avremo 18, che per essere simile al dato intiero, l'operazione è stata ben'eseguita. Oltre questa pruova, ne abbiamo un altra. Essa

si fa con moltiplicare per se stessa l'intiera radice prossima estratta, e se vi è residuo aggiungerlo al prodotto, che se uscirà il numero dato unitamente ai zeri apposti, nell'operazione non vi sarà errore. Così esercitandola nel nostro esempio, si moltiplicherà la radice prossima estratta, ch'è 4242 per se stessa, ed al prodotto 17994564 si aggiugnerà il residuo 5436, e si avrà 18000000, il quale per essere un numero uguale alla quantità data co' zeri aggiunti, apparisce l'operazione esser senza errore.

Non occorre quì distenderci con ulteriori esempj, per non istancare i studiosi, che giunti alla presente regola, potranno agevolmente operare da loro, senza bisogno di altri esempj pratici.

Colla regola assegnata per estrarre la radice quadrata possono moltissimi problemi utili, e dilettevoli sciogliersi facilmente. Come, se si finga, che una partita di 225 granatieri debba restar sull'armi un'intiera notte in mezzo di un bosco; il capitano, che li guida risolve di disporli in quadro, affinchè egualmente sieno distribuiti; or si cerca sapere quante file ne formerà, e quanti granatieri comporranno ciascuna fila? Dal dato numero 225 si estragga la radice quadrata, che sarà 15, e questo 15 designerà così il numero delle file, come la quantità de' soldati, che comporrà ciascuna fila.

Inoltre si proponga, che un capitano abbia 144 valorosi soldati, de' quali solamente possa fidarsi per guardare le mura di una fortezza bloccata, ch'è di figura quadra, e si cerchi,

come egli distribuire gli debba, perchè egualmente occupino tutte le quattro parti della fortezza. Estraendo dal dato numero 144 la radice quadrata, questa sarà 12, e designerà la quantità de' soldati, che compone ciascuna fila. E quindi per sapere quante file a 12 soldati dovranno situarsi in ciascun lato della fortezza quadrata, basterà dividere il 12 per 4, e 'l quoto 3 sarà il numero delle file richieste. Sicchè 3 file di 12 soldati per ognuna dovranno situarsi in ciascun lato della data fortezza.

Similmente si cerchi, che un capitano, il quale abbia 3136 soldati a cavallo, debba egualmente da tutt' i lati coprire 10000 uomini di truppa a piedi, disposti già a sostenere un assalto, ed ordinati in quadro. Si estragga dal dato numero de' soldati a cavallo 3136 la radice quadrata, e si conoscerà essere 56. Dunque 56 file composte di 56 soldati a cavallo avrà il sudetto capitano. Or per sapere in seguito quante file di detti soldati potrà situare per ciascun lato, basterà dividere il numero delle file 56 per 4, perchè 4 sono i lati da coprirsi, ed il quoto 14 designerà il numero delle file, che dovranno da ciascun lato situarsi. Sicchè il capitano sudetto coprirà egualmente da tutt' i lati la sua infanteria composta di 10000 uomini, se dei dati cavalli 3136 distribuiti a 56 per fila, ne situerà 14 file per ogni lato.

## CAPITOLO XII.

### *Della estrazione della Radice Cubica.*

Chiamasi numero *Cubo* quel numero, che si forma dalla moltiplicazione di un numero quadrato per la sua radice. Così, se moltiplicasi il quadrato 16 per la sua radice, cioè 4, si avrà 64, che sarà numero cubo, perchè nato dalla moltiplicazione del quadrato 16 per la sua radice 4. Chiamasi poi *Radice Cubica* quel numero, che moltiplicato pel suo quadrato produce il cubo, come il 4 nel nostro esempio. Sicchè per formare il cubo di un dato numero, è necessario primieramente formarne il quadrato, e quindi moltiplicare il quadrato per lo stesso dato numero, e'l prodotto sarà il cubo.

Siccome si è dato il metodo per estrarre da una data quantità la radice quadrata, così bisogna dar la maniera di estrarre da un numero dato la radice cubica. Per eseguire questa operazione si divida primieramente la data quantità in membri, segnando con un punto la prima figura, cominciando dalla parte destra di chi opera, e così faremo in seguito, lasciando sempre vuote due figure, sicchè tutta la quantità data si divida in membri, ciascuno de' quali potrà contenere una, due, o tre figure: quanti saranno i membri della data quantità, tante dovranno essere le figure, che compongono la radice cubica.

data quantità in membri, troveremo prima la radice cubica del primo membro, cioè 13; e perchè questo 13 non ha la radice cubica vera, si trovi la prossima, la qual'è 2, che si scriva alla destra. Di questa radice 2 si faccia il cubo, che sarà 8, il quale si sottragga dal primo membro 13, ed il residuo sarà 5, che si segnerà sotto l'8; al residuo 5 aggiungasi la prima figura del membro, che siegue, cioè 8, e farà 58, questo si divida per 12, triplo del quadrato della radice ricavata, cioè 2, e 'l quoto sarà 4, altra figura della radice, che si scriverà presso la trovata radice 2, e farà 24; dell'intiera radice 24 si formi il cubo, ed avremo 13824, il quale sottratto dal dato numero 13824, non si avrà residuo; onde il 24 sarà la radice cubica del dato numero 13824.

La pruova, che universalmente si usa per intendere, se veramente il numero trovato sia la radice cubica della data quantità è di formare prima il quadrato sul numero della radice trovata, e quindi moltiplicare il quadrato per numero stesso; che se la quantità, che nasce è uguale alla quantità data, l'operazione sarà stata ben'eseguita, altrimenti vi sarà incorso errore. Così nel nostro esempio il quadrato di 24 è 576, e questo moltiplicato per lo stesso 24, avremo 13824 per prodotto, ch'è simile al numero dato; ond'è chiaro, che nell'operazione già fatta non vi sia errore alcuno. Diamo un'altro esempio della estrazione della radice cubica, in cui l'operazione sebbene sia la medesima sembra però alquanto più intrigata per essere più lunga.

Debbasi estrarre la radice cubica dal numero 34645976, come quì si osserva descritto.

| | | |
|---|---|---|
| | 34645976 | *Radice Cubica* 326 |
| | . . . | |
| | 27 | |
| 27 | ――― | |
| ――― | 76 | |
| | 32768 | |
| 3072 | ――― | |
| ――― | 18779 | |
| | 34645976 | |
| | ――― | |
| | 00000000 | |

Si divida il dato numero in membri, mercè la solita puntatura; quindi dal primo membro si estragga la radice cubica; e perchè il 34, primo membro, non ha radice cubica vera, si prenderà la prossima, che sarà 3. Inseguito di questo 3 si formi il cubo, che sarà 27, questo si noti sotto il 34, e da esso sottratto, il residuo sarà 7, presso di cui si cali il 6, prima figura del secondo membro, ed avremo 76, il quale diviso per 27, ch'è il triplo del quadrato della trovata radice 3, il quoto 2 si noti presso la radice 3 alla destra: si formi inoltre il cubo del 32, ed avremo 32768, il quale sottratto dal numero 34645, che comprende il primo, e secondo membro, il residuo sarà 1877. Or presso di questo residuo si cali il 9, prima figura del terzo membro, e farà 18779: della radice 32 si formi il triplo del quadrato, ed avremo 3072;

per questo diviso il numero 18779 il quoto sarà 6; notato dunque il 6 presso il 32, avremo la radice 326. Or di questo 326 si formi il cubo, ed avrassi senza fallo 34645976, che sottratto dalla quantità data, ch'è altresì 34645976, non si avrà residuo; perlocchè la radice cubica del dato numero 34645976 sarà 326. In questo esempio la radice ricavata è di tre figure; e colla medesima regola da un numero qualunque potrà estrarsi la radice cubica senza errore.

E per non tralasciare ciocchè riguarda la radice cubica prossima, quella vale a dire, che dalla vera differisca il meno, che sia possibile, diciamo, che per estrarre questa è necessario aggiugnere al residuo, che si avrà, estratta la radice, o al dato numero tanti terni di zeri, quanti vogliamo, e quindi proseguire, secondo il metodo insegnato, l'estrazione della radice. In seguito dalla radice ritrovata si taglino alla destra tante figure, quanti terni di zeri si sono aggiunti. Le rimanenti figure daranno i numeri intieri della radice, e le figure segnate esprimeranno un rotto, il di cui numeratore saranno le medesime figure troncate, e'l denominatore l'unità con tanti zeri, quanti furono i terni de' zeri aggiunti.

Il fin quì detto potrà esser sufficiente per tutte le regole, che riguardino l'estrazioni delle radici, così quadrate, come cubiche, e potrà bastare ancora per rendere il nostro studioso nello stato di eseguire da se qualunque somigliante operazione.

**Esibiamo una Tavola, in cui si veggono**

le Radici, i Quadrati, ed i Cubi di tutte le semplici figure determinatamente, cioè da 1 fino al 9, come quì si osserva.

| RADICE. | QUADRATO. | CUBO. |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 8 |
| 3 | 9 | 27 |
| 4 | 16 | 64 |
| 5 | 25 | 125 |
| 6 | 36 | 216 |
| 7 | 49 | 343 |
| 8 | 64 | 512 |
| 9 | 81 | 729 |

Nella tavola sopra segnata osservasi nella prima colonna il numero semplice, o sia la radice, nella seconda, alla casetta, che corrisponde al numero semplice il quadrato; e finalmente nella terza colonna, alla casetta, che anche le corrisponde il cubo, così si osserverà nella prima colonna, ove son notati i numeri

semplici la radice, di un quadrato, o di un cubo, che voglia cercarsi. Per esempio: voglia trovarsi il quadrato del 6 si vegga nella seconda colonna il numero, il quale corrisponde alla casetta del 6, e vedrassi esser 36; dunque 36 sarà il numero quadrato del 6; così inseguito del 6 istesso voglia sapersi il cubo: si vegga nella terza colonna il numero, che corrisponde alla casetta del 6, e vedrassi esser 216, dunque 216 sarà il cubo del 6. Se all'opposto voglia sapersi la radice quadrata di 36, si osservi nella prima colonna il numero segnato nella casetta, che corrisponde al 36, qual'è 6, e questo si vedrà essere la radice quadrata del 36. E volendosi trovare la radice cubica del 216, si vedrà essere colla medesima regola lo stesso 6.

Questa tavola serve ancora per trovare la radice prossima quadrata, o cubica di un numero, che non abbia la vera; come se debba trovarsi la radice quadrata del 28; si osservi nella tavola descritta alla colonna, che riguarda le radici, ed a quella, che spetta a' quadrati, e si vedrà che 5 è la radice quadrata del 25; ond'è, che non avendo la data quantità 28 la radice quadrata vera, dovrà prendersi la prossima, cioè quella, la quale è radice vera di un numero, che dal dato manchi il meno sia possibile, siccome si è insegnato. Coll'istesso metodo si troverà la radice prossima cubica di un dato numero, che non sia perfetto cubo. E questo basti per l'uso della tavola riguardante i quadrati, i cubi, e le di loro radici, o vere, o prossime.

È necessario aggiugnere quì una notizia, mercè la quale facilmente riesca il trovare, e determinare di una data quantità, il quadrato, il cubo, il quadrato—quadrato, o qualunque altra potenza. Se noi moltiplicheremo una data quantità qualunque per se stessa, avremo il quadrato. Or se questo quadrato si moltiplicherà per la prima quantità, avremo il cubo; e se il cubo moltiplicheremo per la medesima prima quantità, avremo il quadrato—quadrato; e questo altresì moltiplicando per la stessa prima quantità, avremo il quadrato cubo; e questo quadrato—cubo moltiplicato per la stessa prima quantità, avremo il cubo—cubo. Onde dando sopra di ciò una generale regola, diciamo, che per elevare qualunque quantità a qualunque potenza, basterà moltiplicare la data quantità per se stessa, e quindi il prodotto successivamente anche per la stessa data quantità moltiplicare, a proporzione, che voglia sapersi della quantità medesima la potenza.

Sicchè la prima quantità, che nella elevazione delle potenze sarà il moltiplicatore, si considererà sempre da noi, come la prima potenza. Così per esempio: 2 sia la prima potenza, cioè una quantità data: moltiplicando questa prima potenza 2 per se stessa avremo 4, che sarà la seconda potenza, o sia il quadrato; e moltiplicando altresì la seconda potenza 4 per la prima potenza 2 avremo 8, che sarà la terza potenza, o sia il cubo della data quantità, ed inseguito moltiplicando il cubo 8 per la prima potenza 2 avremo 16, che sarà la quarta

potenza, o sia il quadrato—quadrato. Inoltre moltiplicando la quarta potenza 16 per la prima potenza 2 avremo 32, che sarà la quinta potenza; o pure il quadrato—cubo. Finalmente moltiplicando la quinta potenza 32 per la prima potenza 2 avremo la sesta potenza; o sia il cubo—cubo, che sarà 64 ec. Questa è la regola generale, che si assegna per elevare una quantità data a qualunque potenza, come dall' esempio quì soscritto chiaramente si ravvisa.

| Prima potenza | Seconda potenza | Terza potenza | Quarta potenza | Quinta potenza | Sesta potenza |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 |

## CAPITOLO XIII.

### *Delle Progressioni Aritmetiche.*

Sebbene la *Progressione* sia o Aritmetica, o Geometrica, ciò non ostante noi parleremo solamente dell'Aritmetica, come quella, che unicamente compete a queste istituzioni.

Per *Progressione Aritmetica* s'intende una serie di più numeri, de' quali gli uni superano successivamente gli altri per la medesima quantità; come, se dicasi 1, 2, 3, 4, ec., questa sarà una progressione aritmetica, stantecchè il 2 supera l'1 per una unità; il 3 supera il 2 per

una unità; il 4 supera il 3 per una unità ec. Quella progressione aritmetica, in cui la differenza de' termini è l'unità, si dice *naturale*, perchè la differenza di uno è la più semplice, che aver possono tra loro i numeri. Quindi per la facilitazione delle regole di Progressione fa d'uopo premettere, che nella progressione aritmetica di quanti termini si voglia, la somma de' due termini estremi è uguale alla somma di que' due termini, che dagli estremi sono egualmente distanti. Diamo un' esempio. Sia la progressione aritmetica colla differenza di 3, come quì osservasi.

1, 4, 7, 10, 13, 16.

Or sommando l' 1, e 'l 16, che sono i due termini estremi avremo 17; e sommando similmente il 4, e 'l 13, che sono que' due termini dagli estremi egualmente distanti avremo anche 17, somma eguale alla prima; e sommando ancora il 7, e 'l 10, si avrà lo stesso 17.

Bisogna inoltre sapere, che nella progressione aritmetica, in cui il numero de' termini sia dispare, la somma degli estremi è il doppio del termine, ch' è in mezzo, come, se sia data la seguente progressione, cioè

1, 5, 9, 13, 17.

Sommandosi l' 1, e 'l 17, che sono i due termini estremi, si avrà 18, e raddoppiando il

9, ch' è il termine medio, si avrà 18, somma eguale alla prima. Questa similmente si avrà, se si sommino i due termini, che son distanti egualmente dagli estremi, come sopra si è detto.

Finalmente rimane avvertire, che in ogni progressione aritmetica ciascun termine contiene il primo termine, e tante volte la differenza meno uno, quanti sono i termini; per cui egli dista dal primo, anche incluso il suo. Così nella progressione di

1, 5, 9, 13, 17.

Il 13 contiene l' 1 primo termine, e la differenza 4 tre volte, perch' egli inclusovi il suo, e tolto l' 1, tre termini è distante dal primo.

Con queste regole si sciolgono in aritmetica infiniti quesiti con somma facilità. Noi ne daremo alcuni per l'uso, e la pratica di esse. E primieramente sieno dati i due termini estremi di una progressione aritmetica, cioè il massimo, e'l minimo, e sia dato altresì il numero de' termini, noi troveremo facilmente la somma di tutta la progressione, qualora sommando i termini massimo, e minimo moltiplicheremo il risultato per la metà del numero de' termini. Ecco un esempio. Sia data una progressione composta di 12 termini, di cui il minimo sia 1, e'l massimo 23, e la differenza de' termini sia 2: si cerca qual sarà la somma di tutta la progressione, che vien descritta nella seguente pagina.

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23.

| | |
|---|---|
| *Al termine massimo si unisca il term. min.* | 1 |
| *Somma de' termini massimo, e minimo* | 24 |
| *Si molt. per la metà del num. de' term. cioè* | 6 |
| *Sarà la somma della progressione. . .* | 144 |

Per trovare la somma della data progressione, si sommi l' 1, termine minimo, col 23, termine massimo, e 'l risultato 24 si moltiplichi per 6, ch' è la metà del numero de' termini della data progressione, e 'l prodotto sarà 144, il quale designerà la somma richiesta della proposta progressione.

Che se il numero de' termini della progressione sia dispare, allòra per saperne la somma, o moltiplicheremo il numero de' termini pe 'l termine medio, o moltiplicheremo la somma del primo, ed ultimo termine per la metà di tutt' i termini. Esempio: sia data la progressione, che costi di 13 termini, e la differenza sia di 3, ed il termine minimo sia 2, e 'l termine massimo sia 38, e si cerchi qual sia la somma di tal progressione, che nella pagina seguente designata si osserva colla sua operazione.

2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38.

*L' operazione si eseguirà nel primo modo notando*

*Il num. de' term. della progressione, cioè* 13.
*Indi si moltiplichi pel term. medio, cioè* 20.

*La somma della progressione sarà . .* 260.

*L' operazione nel secondo modo si eseguirà*

*Sommando il termine massimo. . . . .* 38.
*Col termine minimo. . . . . . . . . . .* 2.

*E si avrà il risultato. . . . . . . . . .* 40.
*Si molt. per la metà del num. de' term., cioè* 6 $^1/_2$

240.
20.

*La somma della progressione sarà* 260.
*Ch' è la stessa di sopra.*

Sulla data progressione, secondo il primo modo, moltiplicheremo il numero de' termini, cioè 13 pel termine medio, qual' è 20, e'l prodotto 260 sarà la somma della progressione ricercata.

Nel secondo modo poi eseguiremo l' operazione unendo insieme il termine massimo, cioè 38 col termine minimo 2, ed avremo 40, il quale si moltiplicherà per la metà del numero

de' dati termini, ch' è 6 $^1/_2$, e 'l prodotto sarà lo stesso 260, come chiaramente si scorge negli esempj sopra notati.

Inoltre, se sia dato così il numero de' termini, come il termine massimo, ed il minimo, e si voglia trovare la differenza de' termini in una progressione data, basterà sottrarre dal termine massimo il minimo, e dividere il residuo pel numero de' termini, diminuito però di una unità, il quoto allora darà la differenza richiesta, come nell' esempio precedente, tolto dal termine massimo 38 il termine minimo 2, il residuo 36 si divida per 12, numero de' termini meno uno, ed il quoto 3 designerà la differenza ricercata. Eccone l' operazione.

*Dal termine massimo* 38.
*Si tolga il termine minimo* 2.

*Il residuo sarà* 36
*Si div. pel num. de' term. meno* 1, *cioè* 12. 00
*La differenza vien designata dal quoto* 3.

Sia inoltre dato il termine minimo, il numero de' termini, e la differenza; se si voglia sapere il termine massimo, si moltiplicherà la differenza pel numero de' termini meno uno, ed aggiungendo al prodotto il termine minimo, avremo il termine massimo. Diamo un quesito. Un mercante ha guadagnato in 28 giorni una certa somma di danaro con questa ragione, che nel primo giorno guadagnò ducati 10, nel secondo 12, nel terzo 14, e così in seguito

colla stessa differenza di 2. Si cerca sapere, quanto abbia guadagnato il mercante nell'ultimo giorno del suo negoziato, cioè nel 28 giorno, ch'è altresì il termine massimo: ecco l'operazione del dato esempio.

*Numero de' termini meno uno* 27.
*Questo si moltipl. per la differenza, cioè* 2.

*Il prodotto è* 54
*A questo si aggiunga il term. minimo, cioè* 10

*Il termine massimo richiesto è* 64

È chiaro, che il termine minimo nella data progressione sia 10, la differenza è 2, e'l numero de' termini è 28. Moltiplicando dunque pel 2, differenza de' termini, il 27, ch'è il numero de' termini stessi meno uno, avremo 54, al quale aggiunto il termine minimo 10, avremo 64, che sarà il termine massimo della progressione, ch'è altresì il guadagno fatto dal detto mercante nel 28 giorno del suo negoziato.

Finalmente sia dato il termine minimo, il termine massimo, e la differenza, si troverà il numero de' termini, sottraendosi dal massimo il minimo termine, e'l residuo si divida per la differenza, allora il quoto accresciuto di una unità darà il numero de' termini. Diamo un'esempio. Un mercante abbia comprato molte libbre di seta di diverse qualità, colla differenza del prezzo dall'una, all'altra sempre di 3, talchè quella d'infima qualità la comprò carlini 15

la libbra, quella di seconda qualità carlini 18, quella di terza carlini 21, l' ultima carlini 54. Si cerca il numero delle diverse partite di seta comprata, o sia il numero de' termini, come può osservarsi nell' esempio quì descritto.

*Dal termine massimo, cioè* 54.
*Si tolga il termine minimo, cioè* 15.

*Il residuo sarà* 39
*Il* 39 *si divida per la differenza, cioè* 3. 00

*Il quoto sarà* 13
*Il* 13 *si accresca di una unità* 1

*Il numero de' termini sarà* 14.

Sul dato esempio dal 54, termine massimo, si tolga il 15, termine minimo, ed il residuo 39 si divida per 3, differenza de' termini; al quoto 13 si aggiunga l' 1, ed avremo 14, il quale sarà il numero delle diverse partite di seta, che comprò il detto mercante, ch' è il numero de' termini.

Quello, che nel presente capitolo si è detto della Progressione Aritmetica è necessario sapersi per la soluzione di moltissimi utili Problemi, che simili a' nostri potranno darsi per esercizio de' principianti. Al che resta solo avvertire, che la proporzione Musicale, o Armonica colla sola notizia delle Progressioni Aritmetiche si può sufficientemente avere.

## CAPITOLO ULTIMO.

### *Delle Combinazioni, e Permutazioni, che possono aversi da più numeri, o da più cose date.*

Colla semplice cognizione della Progressione Aritmetica possiamo venire facilmente alla soluzione di moltissimi utili, e dilettevoli Problemi, i quali dipendono dalla varia combinazione, e permutazione de' numeri, o di cose. Abbiamo voluto accennarne quì brevemente un saggio, perchè non resti cosa a desiderarsi in queste nostre istituzioni.

E parlando in primo luogo della *Combinazione*, è necessario premettere cosa s' intenda per *Combinazione*. Intendiamo per *Combinazione* l' unione di più date cose, o numeri, che in tutte le varie maniere congiunti insieme, designino quante volte possano combinarsi tra loro; come per esempio: se sieno dati 12 numeri, e si vogliano unire, come sopra, a due a due, a tre a tre, a quattro a quattro ec., per mezzo della combinazione si saprà, quanti ambi, quanti terni, quanti quaterni ec. quella data quantità di numeri combinati possa dare.

Due soli numeri una sola combinazione possono dare; onde le combinazioni non si propongono a fare, se non con più di due numeri. Per eseguire qualunque combinazione di numeri,

è necessario sapere la quantità de' numeri, che vogliono combinarsi; ed a quanti a quanti vogliano combinarsi. Quel numero, che designa a quanti a quanti vogliono combinarsi i dati numeri, si chiama *Denominatore della Combinazione*. Or avute queste notizie bisogna istituire due progressioni aritmetiche naturali, cioè che manchino successivamente di una unità, l'una delle quali abbia per primo termine quel numero, che disegna a quanti a quanti vogliano combinarsi i numeri dati, e l'altra poi abbia per primo termine la quantità de' numeri dati. E ciò fatto si seguino in due colonne distinte le due progressioni, notando nella destra quella, che nasce dalla quantità de' numeri dati, e nella sinistra quella, che nasce dal denominatore della combinazione; indi si moltiplichi in ciascuna colonna il primo pel secondo termine, e 'l prodotto di questa moltiplicazione si moltiplichi altresì pel terzo, e così successivamente, finchè si abbiano i prodotti delle moltiplicazioni di tutt' i termini delle due progressioni, le quali dovranno contenere tanti termini solamente, quante unità conterrà il denominatore della data combinazione. E finalmente il prodotto segnato a destra si divida pel prodotto segnato a sinistra, e 'l quoto darà la combinazione richiesta.

Diamo alcuni esempj. Si vogliano combinare a due a due i seguenti sei numeri, cioè 1, 2, 3, 4, 5, 6, de' quali si cerca quanti ambi si avranno. Segue l'operazione del dato esempio.

*Denominatore*

| *Denominatore della Combinazione* | *Quantità de' numeri dati* |
|---|---|
| 2 | 6 |
| 1 | 5 |
| 2 | 30 |
| | 00 |

*Il Quoto 15 è il numero degli ambi richiesto.*

---

*Ecco l' unione pratica de' dati 6 numeri, che combinati in tutte le diverse maniere ne nascono i seguenti 15 ambi.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1, 2 | 1, 3 | 1, 4 | 1, 5 | 1, 6 |
| 2, 3 | 2, 4 | 2, 5 | 2, 6 | |
| 3, 4 | 3, 5 | 3, 6 | | |
| 4, 5 | 4, 6 | | | |
| 5, 6 | | | | |

Nel proposto quesito la quantità de' numeri dati è 6, e'l denominatore della combinazione è 2. Istituendo dunque le due progressioni aritmetiche naturali, segneremo alla destra quella del 6, che disegna la quantità de' numeri dati, ed a sinistra quella del 2, ch'è il denominatore della combinazione binaria; e perchè due sole unità contiene il dato denominatore della combinazione, perciò due soli saranno i termini delle nostre progressioni; onde segnando sotto il 6 il 5, pel 5 si moltiplichi il 6, ed il prodotto sarà 30, e similmente segnando sotto il 2 l'1, per 1 si moltiplichi il 2, ed il prodotto sarà 2; ora pel 2 dividendosi il 30, il quoto sarà 15, il quale designerà quanti binarj nasceranno dalla combinazione de' dati 6 numeri, come chiaramente può nell'esempio vedersi unitamente alla pratica, che si trova notato nella precedente pagina.

Si vogliano ora i dati sei numeri combinare a tre a tre, di cui voglia sapersi il numero de' terni, che si avranno. Veniamo all'operazione del dato quesito.

| *Denominatore della Combinazione* | *Quantità de' numeri dati* |
|---|---|
| 3 | 6 |
| 2 | 5 |
| 1 | 4 |
| 6 | 120 |
|  | 0 |

*Il Quoto* 20 *sarà il numero de' terni richiesto.*

Or perchè il denominatore della data combinazione è 3, perciò bisogna prima formare la progressione naturale del 6, scrivendo 6, 5, e 4, stante 3 termini dee avere questa progressione, mentre 3 sono le unità, che contiene il denominatore della combinazione. Quindi moltiplicando il 6 pel 5, il prodotto 30 si moltiplichi pel 4, ed avremo 120. Similmente s'istituisca la progressione naturale del 3, e si scrivano 3, 2, ed 1; quindi moltiplicando il 3 pel 2, e'l 6, prodotto di questa moltiplicazione per 1, avremo l'istesso 6. Or dividendo il primo prodotto 120 pel prodotto 6, il quoto sarà 20, che designerà la quantità de' terni nati dalla combinazione dei dati sei numeri, come nel segnato esempio si scorge.

Similmente i medesimi sei numeri vogliano combinarsi a quattro a quattro, e si cerchi il numero de' quaterni, che ne nascono. Ecco l'operazione pratica.

| *Denominatore della Combinazione* | *Quantità de' numeri dati* |
|---|---|
| 4 | 6 |
| 3 | 5 |
| 2 | 4 |
| 1 | 3 |
| 24 | 360 |
| | 120 |
| | —0 |

***Il Quoto 15 sarà il num. de' quaterni richiesto.***

S' istituiscano le due progressioni aritmetiche naturali, e segnando nella parte destra 6, e quindi 5, e poi 4, e finalmente 3, si moltiplichi prima 6 per 5, e 'l prodotto 30 si moltiplichi per 4, e 'l prodotto 120 si moltiplichi per 3, e 'l prodotto sarà 360, che si segnerà sotto la sua colonna; in seguito istituendo l' altra progressione si segni nella parte sinistra prima 4, poi 3, 2, ed 1. Quindi si moltiplichi 4 pel 3, ed il prodotto 12 si moltiplichi pel 2, ed il prodotto 24 si moltiplichi per 1, e'l prodotto sarà l' istesso 24, che verrà segnato nella sua colonna. Or pel prodotto 24 si divida il prodotto 360, il quoto 15 sarà il numero de' quaterni richiesto, come si vede nell' esempio.

Servendoci della regola medesima potranno i dati sei numeri, o qualsivogliano altri combinarsi a cinque a cinque, a sei a sei ec.

Or nel gioco detto comunemente del *Lotto* noi sappiamo per mezzo di questa regola quanti ambi, terni, quaterni, e quinterni si formano. Imperciocchè essendo 90 i numeri, che si bussolano in quel gioco, seguendo la regola insegnata per combinarli, questi 90 numeri formeranno 4005 ambi: 117480 terni: 2555190 quaterni: e 43949268 quinterni. Per mezzo poi delle combinazioni non solo applicate a' numeri, ma ancora alle cose, moltissime piacevoli notizie possono aversi, che per esercizio, e per diletto potrà ciascuno da se stesso conoscere.

Dopo aver accennato quanto basti per le combinazioni è necessario parlare ancora delle *Permutazioni*. La *Permutazione* è un' operazio-

ne aritmetica, in cui variando solamente l'ordine, così si cambiano le quantità date, che sempre le stesse rimanendo, esibiscano tutte le mutazioni possibili delle medesime date quantità. La regola, che s'insegna per bene eseguire le permutazioni è di prendere nella serie naturale tanti numeri, quante sono le quantità date a permutarsi; quindi ciascun numero della serie naturale si moltiplichi per quello, che lo segue immediatamente, e'l prodotto di questa moltiplicazione si moltiplichi altresì pel terzo numero della stessa serie naturale, e così successivamente: il prodotto di tutt' i numeri della serie naturale vicendevolmente moltiplicati darà il numero ricercato delle permutazioni. Due sole quantità non possono subire che due sole permutazioni; onde le permutazioni dilettevoli non si propongono, se non con più di due quantità. Diamone un' esempio: sieno date 3 lettere, cioè, A, B, C, quali vogliano permutarsi, e si cerchi il numero delle permutazioni, che possano aversi. Segue l' operazione.

| | | |
|---|---|---|
| 1 | A | *Ecco l' esempio pratico, in cui si esibiscono tutte le permutazioni delle date tre lettere.* |
| 2 | B | ABC, ACB, BCA. |
| 3 | C | BAC, CAB, CBA, |
| 6 | | *Or sostituendo a queste lettere qualunque altra cosa potrà coll' istesso metodo eseguirsi l' operazione.* |

Nel dato problema si scrivano in una colonna le tre lettere date, al di cui lato si notino altrettanti numeri colla serie naturale cominciando dall' unità. Quindi si moltiplichi l' 1 pel 2, ed il prodotto 2 si moltiplichi pel 3, e'l prodotto sarà 6; ch' esprimerà il numero delle permutazioni richiesto, come nell' esempio si osserva.

Con questa regola possono sciogliersi infiniti dilettevoli quesiti, de' quali ne proporremo alcuni per semplice piacere.

Siano dati 8 Piroli, che vogliano farsi subire tutte le mutazioni possibili, si cerca quante mutazioni potranno avere? S' istituisca la serie naturale di 8 numeri, incominciando dall' unità, perchè 8 debbono essere i termini, che gli hanno da corrispondere, e di questi 8 numeri successivamente moltiplicati si formi un sol prodotto, che sarà 40320. Questo designerà tutte le permutazioni possibili degli 8 Piroli.

Proponiamo un'altro esempio.

Un Comandante tiene in mare 10 Vascelli: prima di azzuffarsi col nemico desidera sapere tutte le possibili mutazioni, ch' egli possa fare co' suoi Legni per potersene servire secondo l' ordine, che richiederà la battaglia. Per isciogliere un tal problema bisogna istituire: come sopra abbiamo detto, una serie di numeri naturali sino a quel numero, che indica il problema, quindi vicendevolmente moltiplicarli, ed il prodotto darà il numero richiesto delle mutazioni. Sicchè moltiplicata una serie naturale di numeri dall' unità sino a 10, avremo il prodotto 3628800.

Dunque tante mutazioni potrà fare il Comandante co' suoi 10 Vascelli.

Finalmente si finga, che un Capitano abbia solamente 24 soldati in un fortino, e questi variamente vestiti voglia, che subiscano tutte le possibili permutazioni; si cerca quante esse saranno? Incominciando dall' unità s' istituisca la serie naturale de' numeri, i quali contengano 24 termini, e questi vicendevolmente moltiplicati daranno nell' ultimo prodotto le permutazioni possibili de' dati 24 soldati.

Colla regola delle permutazioni anticamente si variavano talmente le lettere di una data parola, che altra se ne formava, ch' esprimesse altra idea. Si stancavano allora i migliori ingegni nella permutazione di queste lettere, ed un tale studio fu detto degli *Anagrammi*, come fu quel celebre Anagramma sulla parola *Roma*, le di cui lettere subite le possibili permutazioni possono esprimere *amor*, *mora*, *maro*, *ramo*, *armo ec.*; ma perchè ne' nostri tempi tali Anagrammi riescono affatto insipidi, e gli autori non sono stimati da più che oziosi Pedanti, perciò ne abbiamo quì solamente il metodo accennato.

Non lasciamo di notare infine, che le regole insegnate per la Combinazione, e Permutazione, come quelle, che assolutamente dipendono dalle progressioni, sono regole costantissime, e nel tempo stesso che possono essere di un piacere sensibilissimo nell' esercizio di esse, possono altresì servire di utile grandissimo. E ciò basti per un completo Trattato di Aritmetica Pratica.

FINE.

# INDICE

*De' Capitoli, che si contengono in questo Trattato di Aritmetica Pratica.*

## PARTE PRIMA

In cui si assegnano le Regole necessarie per *sommare*, *sottrarre*, *moltiplicare*, e *dividere* così gl' intieri, come i rotti.

# PARTE SECONDA.

Delle Regole di proporzione, e di quelle, che da queste dipendono.